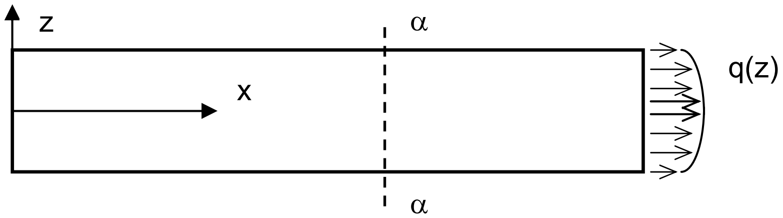
1. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA

Założenia: pręt pryzmatyczny (tzn. o stałym przekroju), x_1 (x) - oś podłużna pręta, x_2 (y), x_3 (z) - osie główne, centralne przekroju, siły masowe są pominięte, pobocznica wolna od obciążeń.

Pręt prosty obciążony jest w taki sposób, że obciążenie zewnętrzne redukuje się do siły podłużnej N

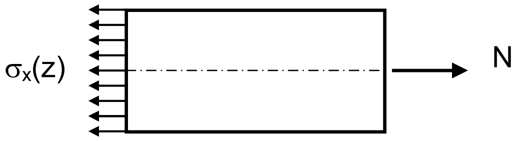


$$\iint_A q(z)\,dA = N$$

$$\iint_A q(z)\,z\,dA = M = 0$$

2. NAPRĘŻENIA W PRĘCIE ROZCIĄGANYM

Rozkład naprężenia σ_x w dowolnym przekroju α-α musi spełniać warunek



$$\iint_A \sigma_x(z)\,dA = N$$

Założenia:

- rozkład naprężenia jest stały i niezależny od postaci obciążenia zewnętrznego q(z), poza niewielkim obszarem przyległym do miejsca przyłożenia obciążenia (zasada de Saint-Venanta)
- $\sigma_{22} = \sigma_{33} = \tau_{12} = \tau_{13} = \tau_{23} = 0 \quad ; \quad (\sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0)$

$$\iint_A \sigma_x\,dA = N \quad \Rightarrow \quad \sigma_x = \frac{N}{A}$$

3. ODKSZTAŁCENIA W PRĘCIE ROZCIĄGANYM (równania Hooke'a)

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{E}\left[(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\,\sigma_{kk}\,\delta_{ij}\right]$$

np. $$\varepsilon_{11} = \varepsilon_x = \frac{1}{E}\left[(1+\nu)\sigma_{11} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})\right] = \frac{\sigma_x}{E}$$

$$\varepsilon_x = \frac{N}{EA}$$

$$\varepsilon_{22} = \varepsilon_y = -\nu\frac{\sigma_x}{E} = -\nu\,\varepsilon_x = -\nu\frac{N}{EA} \qquad \varepsilon_y = -\nu\frac{N}{EA}$$

$$\varepsilon_{33} = \varepsilon_z = -\nu\frac{\sigma_x}{E} = -\nu\,\varepsilon_x = -\nu\frac{N}{EA} \qquad \varepsilon_z = -\nu\frac{N}{EA}$$

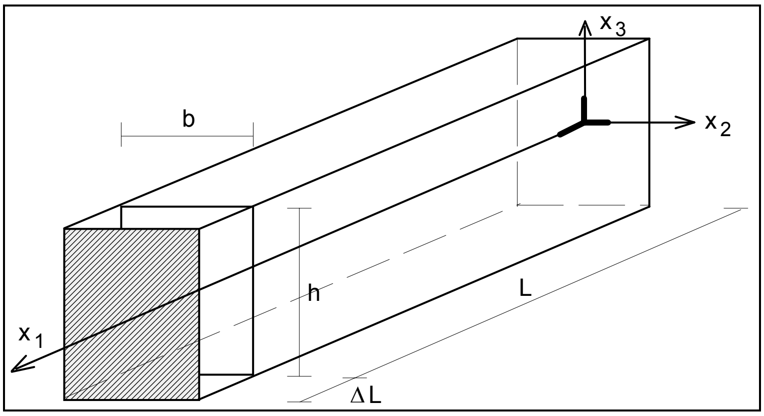
$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_{xz} = \varepsilon_{yz} = 0$$

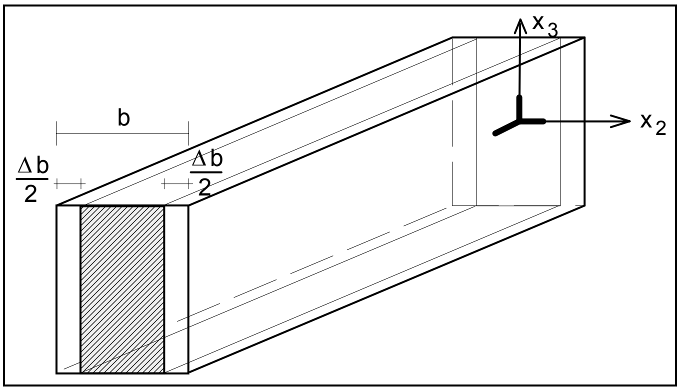
4. DEFORMACJA PRĘTA O PRZEKROJU PROSTOKĄTNYM

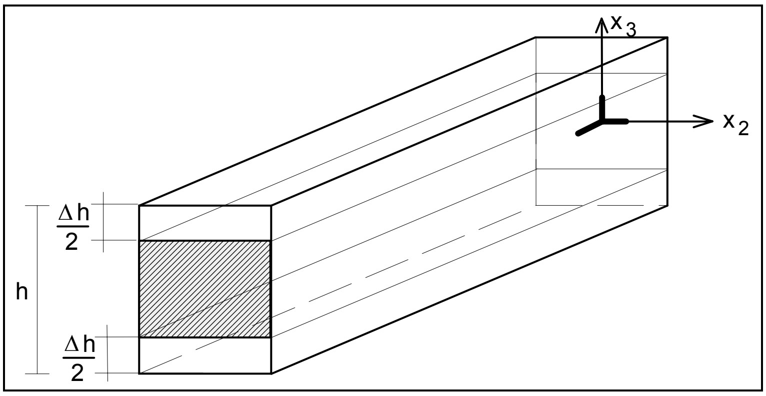
$$\varepsilon_x = \frac{\Delta L}{L} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta L = \frac{N\,L}{E\,A}$$

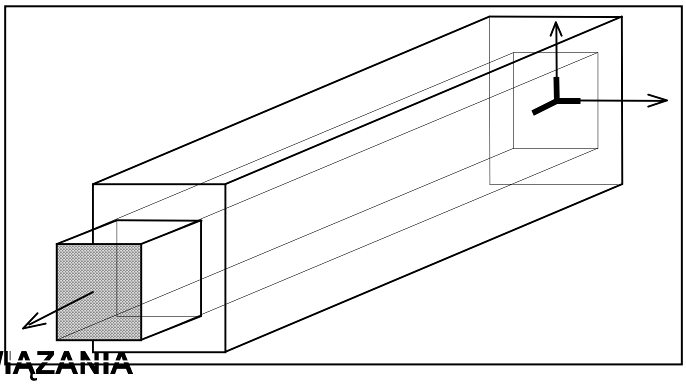
$$\varepsilon_y = \frac{\Delta b}{b} = \left| -\nu \frac{\Delta L}{L} \right| \qquad \Rightarrow \qquad \Delta b = \nu \frac{N b}{E A}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta h}{h} = \left| -\nu \frac{\Delta L}{L} \right| \qquad \Rightarrow \qquad \Delta h = \nu \frac{N h}{E A}$$









5. ANALIZA ROZWIĄZANIA

- Stan naprężenia opisany przez macierz $\mathbf{T}_\sigma$ to **jednorodny** (identyczny w każdym punkcie ciała) i **jednoosiowy stan naprężenia** (tylko jeden element macierzy naprężenia jest niezerowy)

$$\mathbf{T}_\sigma = \begin{pmatrix} N/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

  Diagonalna postać macierzy naprężenia świadczy o tym, że jedyne niezerowe naprężenie σ_{11} **jest maksymalnym naprężeniem normalnym** spośród wszystkich możliwych odpowiadających dowolnym płaszczyznom przekroju pręta.

- Stan odkształcenia opisany przez macierz $\mathbf{T}_\varepsilon$ to **jednorodny** (identyczny w każdym punkcie ciała) i **trójosiowy** (niezerowe składowe w 3 wzajemnie prostopadłych kierunkach) **stan odkształcenia**

$$\mathbf{T}_\varepsilon = \begin{pmatrix} 1/E & 0 & 0 \\ 0 & -\nu/E & 0 \\ 0 & 0 & -\nu/E \end{pmatrix} \times \sigma_x$$

  Diagonalna postać macierzy odkształcenia świadczy, że rozciąganiu towarzyszą jedynie odkształcenia liniowe. Włókna równoległe do osi x wydłużają się najbardziej, a równoległe do y i z najmniej.