

Podstawowe informacje nt.
LINIOWA MECHANIKA PĘKANIA
Wytrzymałość materiałów II
©J. German

Schenectady T2 tanker

Background

At 11pm on the 16 January 1943, a few days after completing sea trials, the 152m long T2 tanker 'Schenectady' broke in two amidships while lying at the outfitting dock in the constructors yard in Portland, Oregon, USA. The temperature of the harbour water was about 4°C and the conditions were still. The air temperature was approximately -3°C and the winds were light.

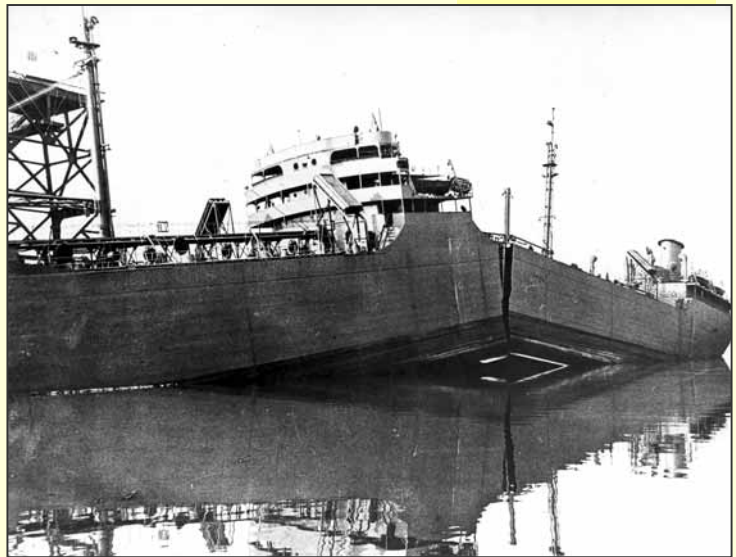
The failure was sudden and accompanied by a report that was heard a mile away. The fracture extended through the deck, the sides of the hull, the longitudinal bulkheads and the bottom girders. The vessel jack-knifed, hinging on the bottom plate which had remained intact. The central part of the ship rose clear of the water so no flooding of the hull through the fracture occurred.

The Schenectady was built by the Kaiser Company as part of the huge World War II emergency ship building programme. This programme produced 2580 Liberty ships, 414 Victory ships and 530 T2 tankers over the years 1941-1946. Although fractures in the emergency programme ships had been reported, the Schenectady was the first catastrophic failure, made all the more impressive by the still conditions under which it occurred. Then, in March 1943, a sister ship to the Schenectady' the 'Esso Manhattan', broke in two at the entrance to New York harbour in sea conditions described as very moderate.

Causes of Failure

The US Coast Guard, who were responsible for the safety of merchant vessels, requested the setting up of a Board of Investigation into the design and construction of welded ships. The Board was set up in April 1943 and co-ordinated a major research effort into the fracture of ships.

The failure of the Schenectady initiated on the deck between two bulkheads. A defective weld was present in a region of stress concentration arising at a design detail. The nominal tensile stress in the deck was calculated to be 68N/mm². Poor welding procedures were cited by the committee investigating the failure as contributory, however, at the time, the problems were not fully understood.



Schenectady T2 tanker

deck - pokład
sides of the hull -
boki kadłuba, burty
longitudinal bulkheads -
grodzie podłużne
bottom girders -
dolne dźwigary

The importance of weld quality was dramatically illustrated by the experience of the T2 tankers in which 50% of fractures initiated in welds not associated with design discontinuities. The investigation into the 'Schenectady' also questioned the adequacy of steel specifications for all welded ship hulls. The steel used to build the Schenectady was of a quality which was known to be acceptable for riveted ships.

The final Report of the Board of Investigation was published in 1946. It considered 4694 welded steel merchant ships built in the emergency ship building programme, of which 970 sustained fractures. The report concluded that the fractures were due to the presence of notches in steels which were notch sensitive at the operating temperature and that the specifications current at the time were 'not sufficiently selective to exclude' such steels.

Research into ship failures continued with the Charpy V notch properties of casualty ship plates being investigated. The absorbed energy in the Charpy V notch test, one of the few standardised fracture tests then available, was found to correlate well with the observed crack initiation, propagation and arrest behaviour of the ship steels. By the early 1950s the 15ft lb or 20J Charpy transition temperature was being used as a reference as it appeared to define the highest temperature at which brittle fracture initiation would occur in ship quality steels.

However research showed that the critical temperature for brittle fracture initiation corresponded to higher Charpy energy values when modifications to alloying elements, grain size, deoxidation methods and normalising heat treatments were made. Hence the approach to brittle fracture avoidance could not be based on a simple fixed reference Charpy energy level.

Lessons learnt

The failure of the Schenectady and other war-time ships gave a significant impetus to the study of brittle fracture. These failures highlighted the influence of temperature on material toughness and the need to specify toughness requirements for welded ships. As for the Hasselt Bridge, the importance of joint design and weld quality was recognised.

Copyright © 2001, TWI Ltd

Case study no. 165

**TWI Ltd
Granta Park
Great Abington
Cambridge CB1 6AL, UK**

T: + 44 (0) 1223 891162

F: + 44 (0) 1223 892588

E: twi@twi.co.uk

W: www.twi.co.uk

ZADANIE I TREŚĆ MECHANIKI PĘKANIA

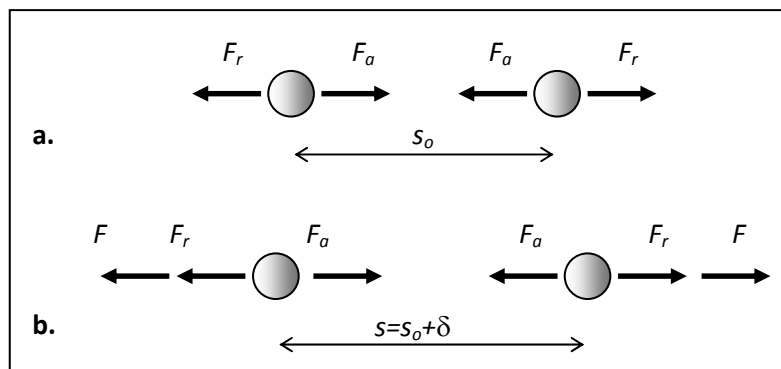
Przedmiotem zainteresowań mechaniki pęknięcia jest ciało zawierające szczelinę makroskopową, tzn. o minimalnym wymiarze rzędu 10^{-2} cm. Podstawowym pytaniem, na jakie powinna odpowiedzieć mechanika pęknięcia jest pytanie o wpływ szczeliny na nośność elementu ją zawierającego. Udzielenie odpowiedzi na tak postawione pytanie możliwe jest tylko wówczas, gdy:

- 1) sformułowany jest model teoretyczny szczeliny,
- 2) znane jest rozwiązanie dla takiego modelu, tzn. znane jest pole naprężeń, odkształceń i przemieszczeń,
- 3) sformułowane jest kryterium inicjacji wzrostu szczeliny, pozwalające określić obc. niszczące przy danej jej długości, bądź dopuszczalną długość przy danym obciążeniu.

TEORETYCZNA I RZECZYWISTA WYTRZYMAŁOŚĆ MATERIAŁU

Podstawowym zadaniem inżynierii jest ocena zdolności konstrukcji do przenoszenia obciążeń. Nie jest ona możliwa bez znajomości charakterystyk wytrzymałościowych materiału, z którego konstrukcja jest wykonana. Mogą one być wyznaczone doświadczalnie lub określone na podstawie analizy budowy wewnętrznej materiału. Pierwszy z tych sposobów jest podejściem czysto empirycznym, a więc i obarczonym błędami związanymi z warunkami w jakich przeprowadzany jest eksperyment. Mimo to jest to sposób stosowany najczęściej – przede wszystkim ze względu na stosunkowo proste sposoby określania charakterystyk wytrzymałościowych, zaś błędy pomiarowe można zminimalizować poprzez odpowiednią „obróbkę” statystyczną wyników doświadczalnych. Drugi sposób wydaje się być bardziej „naukowy” i jest zazwyczaj niezwykle żmudny, jeśli weźmiemy pod uwagę całą złożoność budowy materii. Może on jednak dawać ogólny pogląd na charakterystyki materiału będące przedmiotem zainteresowania. Niech za prosty przykład posłuży tu analiza sił pomiędzy dwoma tylko atomami (rys. 1).

Analiza sił międzyatomowych



Rys. 1. Równowaga układu dwóch atomów

$$F_a = \frac{C_a}{s^n} \qquad F_r = \frac{C_r}{s^m} \qquad (1.1)$$

przy czym $m > n$ (typowe wartości to $n = 5$, $m = 10$). W położeniu równowagi (rys. 1a) $s = s_0$ i $F_a = F_r$ skąd otrzymujemy zależność:

$$s_o = \left(\frac{C_r}{C_a} \right)^{\frac{1}{m-n}} \quad (1.2)$$

Jeśli układ ten obciążymy układem dwu sił F (rys. 1b) to z warunku równowagi sił, tzn. $F = F_a - F_r$:

$$F = \frac{C_a}{s_o^n} \left[\left(\frac{s_o}{s} \right)^n - \left(\frac{s_o}{s} \right)^m \right] \quad (1.3)$$

Wprowadzając oznaczenie: $\delta = s - s_o$

$$F = \frac{C_a}{s_o^n} \left[\left(1 + \frac{\delta}{s_o} \right)^{-n} - \left(1 + \frac{\delta}{s_o} \right)^{-m} \right] \quad (1.4)$$

Wykres zależności $F - \delta$ pokazano na rys. 2. W istocie, widać, że dla małych δ/s_o mamy:

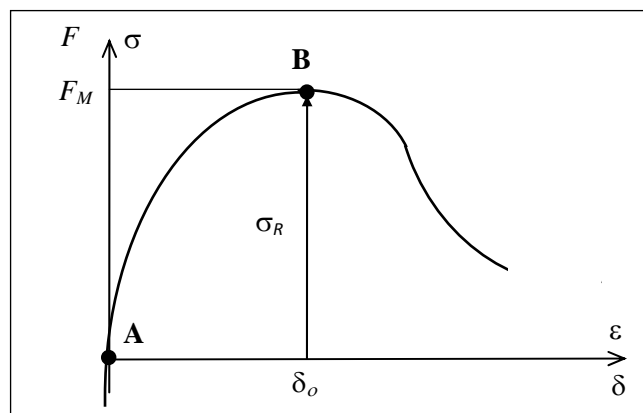
$$F = \frac{C_a}{s_o^n} \left[1 - n \frac{\delta}{s_o} + \dots - 1 + m \frac{\delta}{s_o} - \dots \right] \cong \frac{C_a}{s_o^{n+1}} (m-n) \delta \quad (1.5)$$

a więc **wykres ten można (dla małych δ/s_o) przybliżyć prostą, podobnie jak to obserwujemy w przypadku rozciągania większości materiałów konstrukcyjnych**. Krzywa $F - \delta$ ma maksimum w punkcie $\delta = \delta_o$, który wyznaczamy przez przyrównanie do zera pochodnej z wyrażenia (1.4):

$$\delta_o = s_o \left[\left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{1}{m-n}} - 1 \right] \quad (1.6)$$

Wartość siły odpowiadająca temu przemieszczeniu wynosi:

$$F_{\max} = \frac{C_a}{s_o^n} \left[\left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{-n}{m-n}} - \left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{-m}{m-n}} \right] \quad (1.7)$$



Rys. 2. Zależność siły od odległości między dwoma atomami

Jest ona, jak wykazują doświadczenia, znacznie większa od sił rzeczywistych, jakie mogą być przeniesione przez materiał. Tym niemniej, charakter wykresu $F - \delta$ odpowiada dobrze charakterowi wykresu rozciągania i nawet powyższa prosta analiza dobrze oddaje jakościowy związek siła-przemieszczenie. Jeśli więc wprowadzić umowne definicje naprężenia i odkształcenia:

$$\sigma \stackrel{\text{def}}{=} \frac{F}{A} \quad ; \quad \varepsilon \stackrel{\text{def}}{=} \frac{s - s_0}{s_0} = \frac{\delta}{s_0}$$

to wykres na rys. 2 można teraz aproksymować sinusoidą (rys. 3):

$$\sigma = \sigma_R \sin 2\pi \varepsilon \quad (1.8)$$

gdzie: σ_R jest największym naprężeniem jakie może materiał przenieść, a więc jego wytrzymałością.

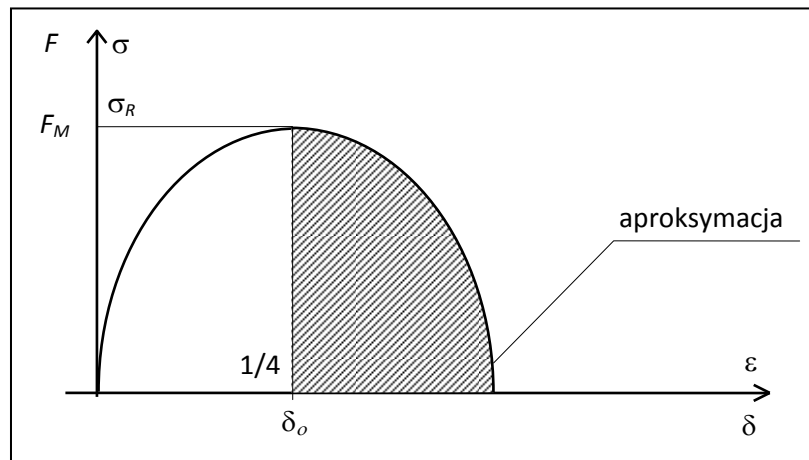
Traktując nachylenie stycznej do tego wykresu w punkcie $\varepsilon=0$ jako moduł Younga:

$$E = \left. \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = 2\pi \sigma_R \cos 2\pi \varepsilon \Big|_{\varepsilon=0} = 2\pi \sigma_R$$

otrzymujemy następujące oszacowanie wytrzymałości materiału:

$$\sigma_R = \frac{E}{2\pi} = 0,16 E \quad (1.9)$$

W materiałach rzeczywistych $\sigma_R \cong 0.001 \div 0.01 E$!!!.



Rys. 3. Aproksymacja związku $\sigma - \varepsilon$

Również wartość odkształcenia $\varepsilon_R=1/4$ w chwili osiągnięcia wytrzymałości jest znacznie większa od odkształcenia dla większości materiałów, które nie przekracza kilku procent. Tym niemniej i ten wykres jest dobrym przybliżeniem - w sensie jakościowym - rzeczywistych procesów.

Zmniejszenie wytrzymałości materiału w stosunku do wytrzymałości teoretycznej jest związane z obecnością - w zasadzie nieuniknioną - defektów dwóch typów:

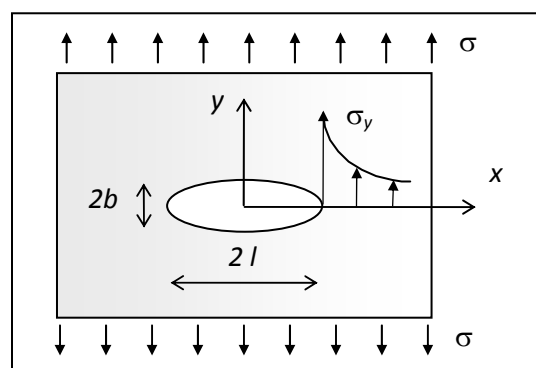
1. Defekty I rodzaju to wszelkiego typu koncentratory naprężeń w postaci ostrych szczelin, bądź wycięć (karbów) o dowolnym kształcie - są to zatem defekty o charakterze geometrycznym, niezwiązane ze strukturą i budową materiału.
2. Defekty II rodzaju to koncentratory naprężeń w formie dyslokacji, pustek rozlokowanych wzdłuż granic sąsiednich ziaren, wtrąceń obcego materiału (np. węgiel w metalach) wywołujących naprężenia kontaktowe oraz wszystkie inne defekty wewnętrznej budowy materiału.

Defekty I rodzaju, które można nazwać makroskopowymi stanowią przedmiot zainteresowania teoretyków, jak i praktyków od lat dwudziestych XX stulecia. Choć już wcześniej zdawano sobie sprawę z faktu występowania koncentracji naprężeń wokół otworów czy karbów, to jednak rozwiązania teorii sprężystości prowadziły do absurdalnych wniosków jeśli geometria tych makroskopowych defektów stawała się osobiwa w tym sensie, że promień krzywizny wycięcia czy karbu zmierzał do zera ("ostra szczelina"). W takim bowiem przypadku wartości naprężeń, wyznaczone metodami teorii sprężystości, zmierzały do nieskończoności niezależnie od wartości przyłożonego obciążenia; tak więc dowolnie małe obciążenie konstrukcji zawierającej szczelinę mogło spowodować przekroczenie wytrzymałości materiału i zniszczenie. W rzeczywistości jednak wiadomo było, że konstrukcje mogą zawierać szczeliny o długości mniejszej od pewnej długości krytycznej zależnej od obciążenia.

MODEL ENERGETYCZNY SZCZELINY GRIFFITH'A

Za początek analizy ciał z defektami makroskopowymi uważa się publikację Griffith'a z roku 1920, opierającą się na wcześniejszej analitycznej pracy Inglisa dotyczącej obciążenia krytycznego dla pasma sprężystego osłabionego otworem eliptycznym, poddanego jednoosiowemu równomiernemu rozciąganiu (rys. 4). Dla $b \neq 0$ maksymalne naprężenia σ_y występują na brzegu otworu ($x=l$) i wynoszą:

$$\sigma_y = \sigma \left(1 + 2 \frac{l}{b} \right) \quad (1.10)$$



Rys. 4. Rozciągane pasmo z otworem eliptycznym

Jeśli $b \rightarrow 0$, to $\sigma_y \rightarrow \infty$: przypadek ten odpowiada występowaniu w ciele szczeliny, która w sposób formalny jest zdefiniowana w mechanice ciała stałego jako powierzchnia, na której występuje

nieciągłość przemieszczeń. W istocie, dla $b=0$ płaszczyzną taką jest płaszczyzna szczeliny ($-l \leq x \leq l$, $y = 0$, $-t \leq z \leq t$, gdzie t jest grubością rozciąganego pasma) i dla niej zachodzi warunek:

$$v(y=0+dy) \stackrel{\text{def}}{=} v^+ \neq v(y=0-dy) \stackrel{\text{def}}{=} v^-$$

gdzie v jest przemieszczeniem na kierunku osi y .

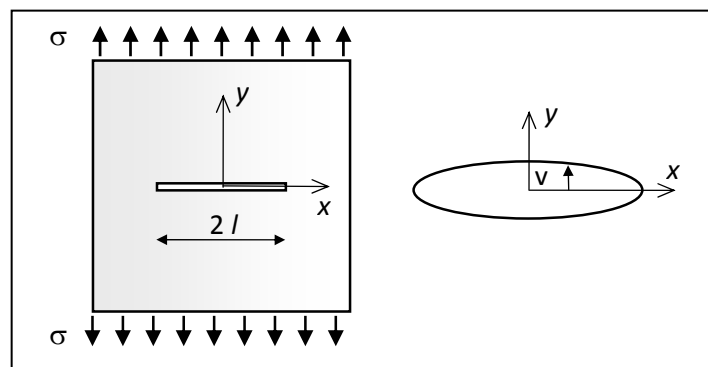
W drugim skrajnym przypadku $b=l$ otrzymujemy:

$$\sigma_y = 3\sigma$$

co jest znanym wzorem Kirscha określającym koncentrację naprężeń w rozciągającym paśmie zawierającym otwór kołowy.

Szczelina Griffith'a

Koncepcja Griffith'a – energetycznego opisu szczeliny – jest historycznie pierwszą propozycją formułującą kryterium inicjacji pęknięcia dla ciała zawierającego szczelinę.



Podstawą rozumowania Griffith'a jest bilans energetyczny, zgodnie z którym:

- praca Π związana z rozwarciem szczeliny w nieskończonym ośrodku o grubości jednostkowej (tożsama ze zmniejszaniem się energii potencjalnej przy nieskończenie małym przyroście długości pęknięcia, a zatem w momencie inicjacji) wynosi:

$$\Pi = 2 \left(-\frac{1}{2} \sigma \times 1 \int_{-l}^l v \, dx \right) \quad (1.11)$$

gdzie mnożnik 2 jest związany z pracą wykonaną na przemieszczeniu obu brzegów szczeliny, zaś mnożnik $1/2$ wynika ze sprężystego zachowania się materiału.

Wzory otrzymane przez Inglisa dla przemieszczenia v oraz naprężenia σ_y dla $b=0$ i $y=0$ (a więc w płaszczyźnie szczeliny) mają postać:

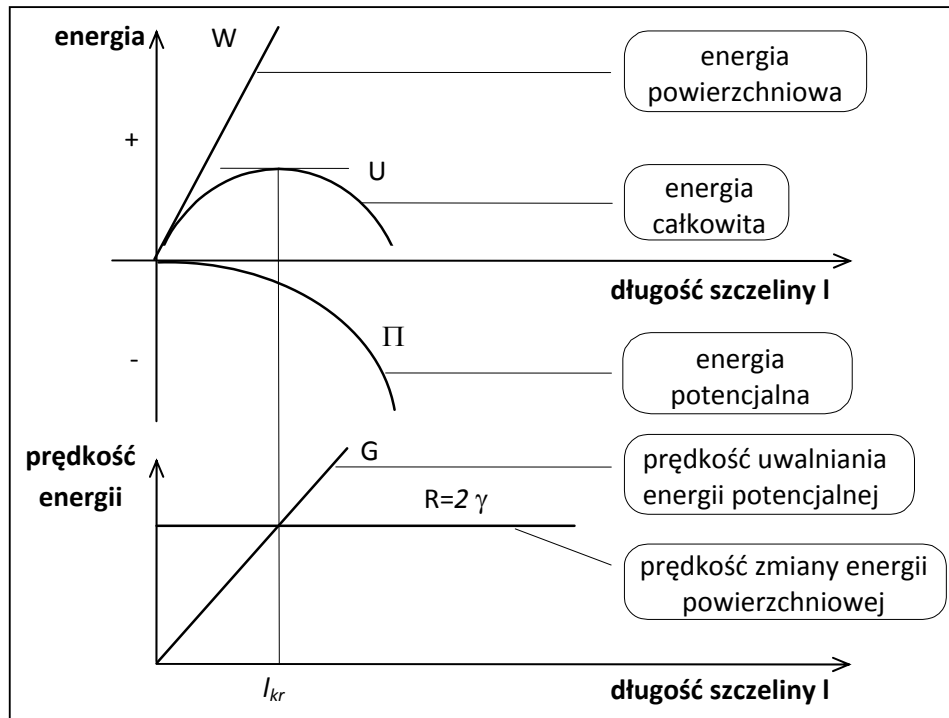
$$v = c \sigma \sqrt{l^2 - x^2} \quad \text{dla } |x| \leq l \quad (1.12)$$

gdzie:

$$c = \begin{cases} 2(1-\nu^2)/E & \text{dla PSO} \\ 2/E & \text{dla PSN} \end{cases}$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma}{\sqrt{\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 1}} \frac{1}{\left[2\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \sqrt{\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 1}\right]}, \quad v=0 \text{ dla } |x| \geq l \quad (1.13)$$

Zauważmy, że gdy $x \rightarrow l$, napężenie w wierzchołku szczeliny $\sigma_y \rightarrow \infty$, niezależnie od długości pęknięcia!!!



Rys. 5. Bilans energetyczny rozwarcia szczeliny wg Griffith'a

Po wycałkowaniu¹ otrzymujemy:

$$\Pi = -c \frac{\pi l^2 \sigma^2}{2} \quad (1.14)$$

- Praca Π jest równoważona przez energię powierzchniową W niezbędną do utworzenia się wewnątrz ciała swobodnej powierzchni szczeliny A:

$$W = 4l\gamma \quad (1.15)$$

gdzie γ jest energią potrzebną do utworzenia jednostki swobodnej powierzchni, a mnożnik $4l$ wynika z faktu, że szczelina ma dwie jednostkowe powierzchnie $2l$.

- Bilans energetyczny ilustruje rys. 5, na którym pokazano też wykres całkowitej energii U :

$$U = W + \Pi \quad (1.16)$$

¹ $\int \sqrt{l^2 - x^2} dx = \frac{1}{2}x\sqrt{l^2 - x^2} + \frac{1}{2}l^2 \arcsin \frac{x}{l}$

- Warunek wzrostu szczeliny (inicjacji pęknięcia) to zmniejszanie się energii całkowitej, które następuje po osiągnięciu przez szczelinę tzw. długości krytycznej l_{kr} . Długość ta odpowiada ekstremum funkcji $U(l)$, które wyznacza się z warunku:

$$\frac{dU}{dA} = 0 \quad (1.17)$$

lub po uwzględnieniu (1.16):

$$\frac{dW}{dA} = -\frac{d\Pi}{dA} \quad (1.18)$$

Biorąc pod uwagę, że zachodzą relacje:

$$A = 2l \times 1 \quad \Rightarrow \quad dA = 2 dl \quad \frac{d}{dA} = \frac{d}{dl} \frac{dl}{dA} = \frac{1}{2} \frac{d}{dl} \quad (1.19)$$

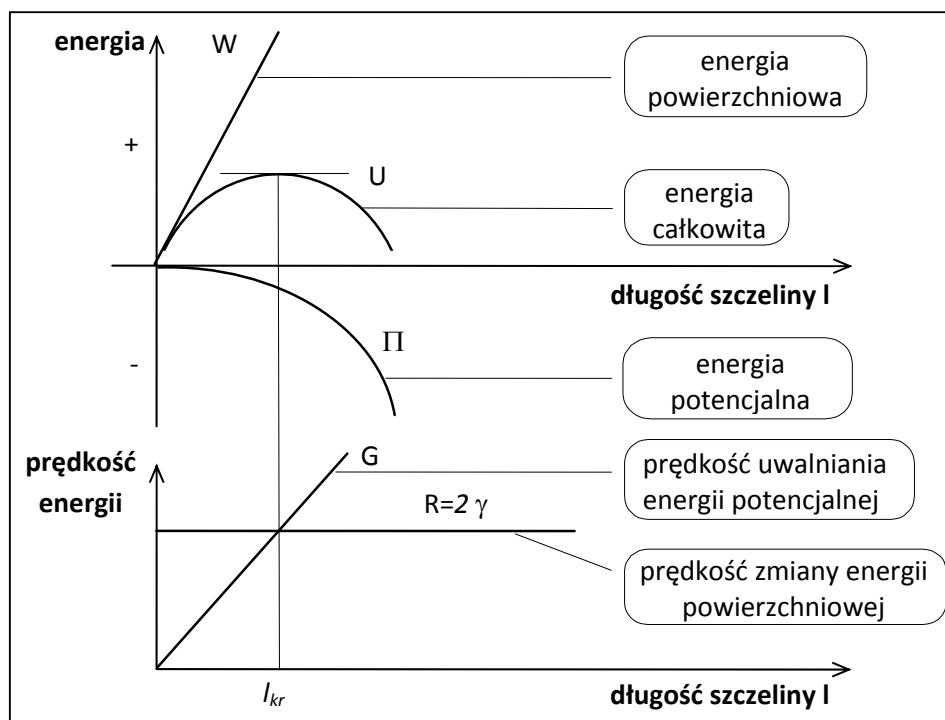
otrzymujemy:

- **odporność na kruche pęknięcie** $R = \frac{dW}{dA} = 2\gamma$ (1.20)

- **prędkość uwalniania energii** $G = \left| \frac{d\Pi}{dA} \right| = \frac{1}{2} c \pi \sigma^2 l$ (1.21)

Energetyczne kryterium pęknięcia Griffith'a

$$G = R \quad (1.22)$$



Rys. 5. Bilans energetyczny rozwarcia szczeliny wg Griffith'a

Z powyższego kryterium otrzymujemy wartość obciążenia krytycznego, przy którym dla danej długości pęknięcia następuje inicjacja dalszej, niekontrolowanej propagacji szczeliny:

$$\sigma_{kr} = \sqrt{\frac{2 E \gamma}{\pi l (1 - \nu^2)}} \quad \text{dla PSO} \quad (1.23)$$

$$\sigma_{kr} = \sqrt{\frac{2 E \gamma}{\pi l}} \quad \text{dla PSN} \quad (1.24)$$

Alternatywnie – zamiast o obciążeniu krytycznym – można mówić o krytycznej długości szczeliny (wady) l_{kr} , która przy danym obciążeniu zacznie się powiększać w niekontrolowany sposób:

$$l_{kr} = \frac{2 E \gamma}{\pi (1 - \nu^2) \sigma^2} \quad \text{dla PSO} \quad (1.25)$$

$$l_{kr} = \frac{2 E \gamma}{\pi \sigma^2} \quad \text{dla PSN} \quad (1.26)$$

Powyższe wzory wyrażają podstawową ideę Griffith'a, a mianowicie tę, że obciążenie zewnętrzne i długość defektu muszą spełniać relację

$$\sigma \sqrt{\pi l} = K \quad (1.27)$$

zaś propagacja szczeliny następuje wówczas, gdy spełniony jest warunek:

$$\sigma_{kr} \sqrt{\pi l} = K_c = \text{const.} \quad (1.28)$$

gdzie:

$$K_c = \sqrt{\frac{4 \gamma}{c}} \quad (1.29)$$

K nosi nazwę współczynnika intensywności naprężeń (**WIN**) i zależy od konfiguracji układu „ciało-obciążenie-szczelina”, zaś K_c jest krytyczną jego wartością, uważaną za stałą materiałową i nazywa się odpornością materiału na pękanie. Tak więc **teoria Griffith'a jest oparta na koncepcji wprowadzenia nowej stałej materiałowej, charakteryzującej wytrzymałość materiału, a ściślej odporność materiału na pękanie.**

Model Griffith'a opisuje **lawinowy wzrost szczeliny** po przekroczeniu przez obciążenie wartości krytycznej. Wraz ze wzrostem długości szczeliny maleje wartość obciążenia krytycznego, potrzebnego do zainicjowania jej propagacji. Tak więc jeśli tylko obciążenie osiągnie wartość krytyczną, zostanie zapoczątkowany lawinowy ruch szczeliny.

Przytoczone tutaj rozwiązanie Griffith'a ma obecnie znaczenie tylko historyczne, tym niemniej zawiera wszystkie elementy współczesnej teorii zniszczenia ciał idealnie sprężystych (jest to tzw. **LINIOWO-SPRĘŻYSTA MECHANIKA PĘKANIA**). W szczególności wynika z niego, że pomimo osobliwości w wierzchołku szczeliny (typu $x^{-1/2}$), można zdefiniować kryterium pęknięcia, określające warunki, przy których nie nastąpi zniszczenie konstrukcji w wyniku propagacji szczeliny, a więc można zaprojektować ją w sposób bezpieczny.

Równania (1.21) i (1.27):

$$G = \frac{1}{2} c \pi \sigma^2 l \qquad \sigma \sqrt{\pi l} = K$$

pozwalają określić związek prędkości uwalniania energii G ze współczynnikiem intensywności naprężeń, który przyjmuje postać:

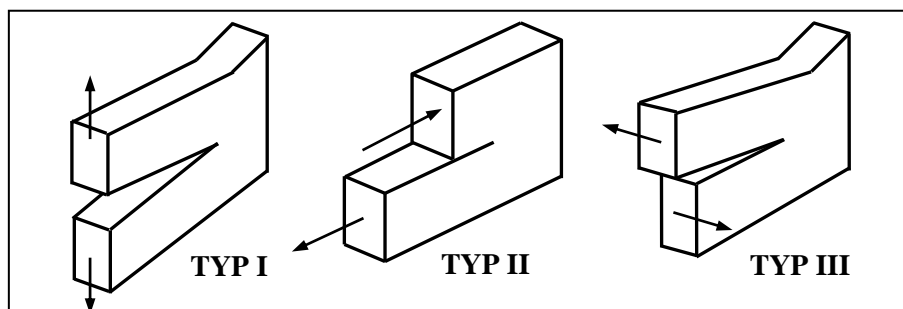
$$G = \frac{1}{2} c \pi \sigma^2 l \qquad (1.30)$$

zaś po uwzględnieniu równania (1.12) otrzymujemy ostatecznie relację między G i WIN w postaci:

$$G = \begin{cases} \frac{1-\nu^2}{E} K^2 & \text{dla PSO} \\ \frac{K^2}{E} & \text{dla PSN} \end{cases} \qquad (1.31)$$

Typy obciążenia szczelin

Mechanika pękania wyróżnia 3 możliwe typy obciążenia szczelin (niekiedy mówi się niezupełnie poprawnie o typach szczelin), w zależności od sposobu w jaki przemieszczają się brzegi szczeliny na skutek działającego obciążenia - przedstawiono je na rys. 6.



Rys. 6. Typy obciążenia szczelin

Typy obciążenia szczelin pokazane na rys. 6 noszą następujące nazwy:

- typ I - rozrywanie; powierzchnie szczeliny rozchodzą się w kierunku prostopadłym do frontu szczeliny.
- typ II - poprzeczne ścinanie; powierzchnie szczeliny ślizgają się po sobie w kierunku prostopadłym do frontu szczeliny.
- typ III - podłużne ścinanie; powierzchnie szczeliny przesuwiają się po sobie w kierunku równoległym do frontu szczeliny.

Każdemu z typów obciążenia szczeliny odpowiada pole naprężeń w postaci:

$$\sigma_{ij}^T = \frac{K_T}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^T(\theta) \qquad T = I, II, III \qquad (1.32)$$

gdzie: r i θ są współrzędnymi biegunowymi o początku umieszczonym w wierzchołku szczeliny, zaś K_T nosi nazwę **współczynnika intensywności naprężeń (WIN)** dla danego typu obciążenia szczeliny.