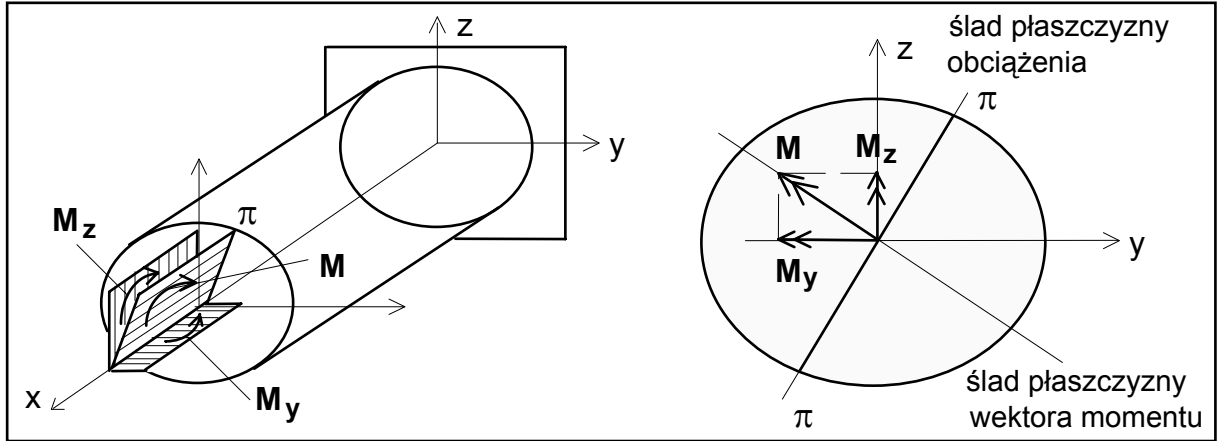
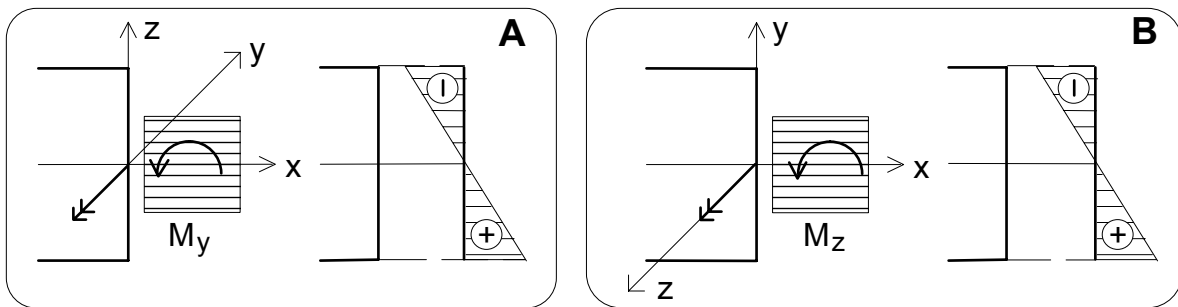


**1. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA ZGINANIA UKOŚNEGO**

**Definicja:** Zginanie ukośne to taki przypadek wytrzymałościowy, w którym obciążenie zewnętrzne redukuje się w przekroju poprzecznym pręta do pary sił (o momencie  $M$ ) leżącej w płaszczyźnie prostopadłej do przekroju, ale nie będącej żadną z płaszczyzn głównych bezwładności tzn.  $(x, y)$  lub  $(x, z)$ .



**1.1. Naprężenie normalne  $\sigma_x$  (zastosowanie zasady superpozycji)**



★ **Przypadek A - zginanie w płaszczyźnie  $(x, z)$**

$$\sigma_x = -\frac{M_y}{I_y} z$$

★ **przypadek B - zginanie w płaszczyźnie  $(x, y)$**

$$\sigma_x = -\frac{M_z}{I_z} y$$

★ **- zginanie w płaszczyźnie  $\pi$**

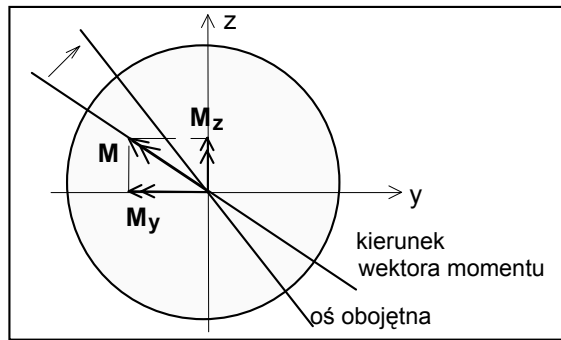
$$\sigma_x = -\frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y$$

**1.2. Oś obojętna**

**Definicja:** oś obojętna to zbiór punktów, w których naprężenie  $\sigma_x$  osiąga wartość zerową.

$$\sigma_x = -\frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y = 0$$

$$z_o = -\frac{I_y M_z}{I_z M_y} y$$



- ★ równanie śladu płaszczyzny wektora momentu (prosta działania wektora momentu)

$$z_M = -\operatorname{tg} \alpha y = -\frac{M_z}{M_y} y$$

- ★ relacja między położeniem osi obojętnej i równaniem prostej działania wektora momentu

**założenie:**  $I_y > I_z$

oś obojętna

$$z_o = -A y \quad ; \quad A = \frac{I_y M_z}{I_z M_y}$$

prosta wektora momentu

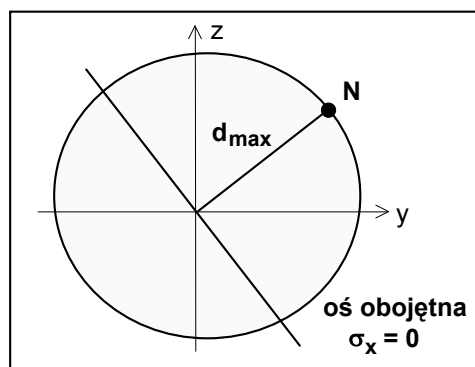
$$z_M = -B y \quad ; \quad B = \frac{M_z}{M_y}$$

**Wnioski ( A > B ):**

1. oś obojętna odchyła się od kierunku wektora momentu zawsze w stronę tej osi bezwładności, względem której moment bezwładności jest mniejszy
2. oś obojętna pokrywa się z kierunkiem wektora momentu wtedy gdy  $I_y = I_z$

**1.3. Maksymalne naprężenie normalne**

- ★ **przekrój niebezpieczny** - przekrój poprzeczny pręta, w którym rozkład momentów  $M_y$  i  $M_z$  jest najbardziej niekorzystny z punktu widzenia wielkości naprężenia normalnego
- ★ **punkt niebezpieczny** - punkt przekroju niebezpiecznego, w którym naprężenie normalne jest największe; jest to zarazem punkt położony najdalej od osi obojętnej



$$\sigma_x^{\max} = \pm \frac{M_y^{n-n}}{I_y} z^N \pm \frac{M_z^{n-n}}{I_z} y^N$$

- ★ **warunek wytrzymałościowy**

$$|\sigma_x^{\max}| \leq R$$