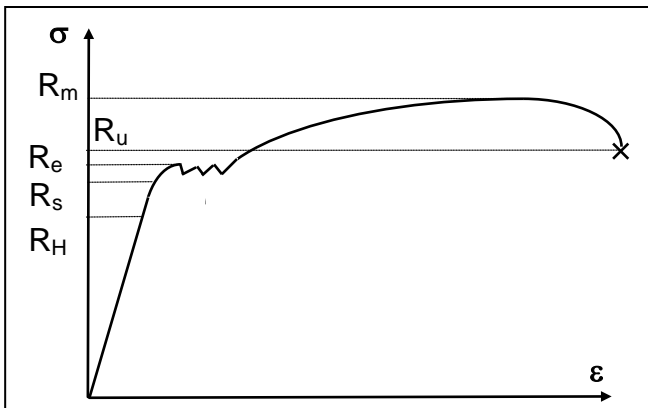


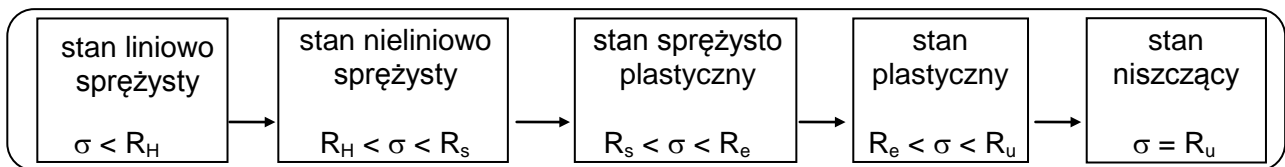
**1. STANY KRYTYCZNE**

**1.1. Jednoosiowe rozciąganie**



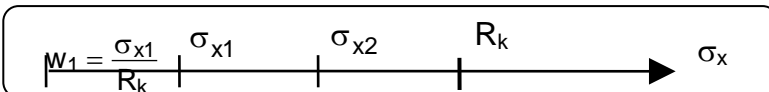
$R_H$  granica proporcjonalności  
 $R_S$  granica sprężystości  
 $R_e$  granica plastyczności  
 $R_u$  naprężenie rozrywające  
 $R_m$  wytrzymałość na rozciąganie

\* każde z charakterystycznych naprężeń (granic) określa pewien **stan mechaniczny w dowolnym punkcie materialnym** ciała



**1.1.1. Wyłężenie**

\* pojęcie **wyłężenia w punkcie** - stopień zbliżenia stanu mechanicznego punktu do określonej granicy niebezpiecznej, za którą może być uznana którakolwiek z granic wymienionych powyżej - w zależności od tego do jakiego stanu mechanicznego dopuszczamy konstrukcję



$$w_2 = \frac{\sigma_{x2}}{R_k}$$

\* miara wyłężenia

$$\sigma_x = \frac{P}{A} \leq R_k$$

$$m(w) = \sigma_x$$

$$m(w_{niebezp.}) = R_k$$

**1.2. Wieloosiowe stany naprężenia**

**Problem** : Jak określić wyłężenie i jego miarę dla stanu mechanicznego opisanego dowolnym tensorem naprężenia dla stanu wieloosiowego ?

**Rozwiązanie** : Stopień skomplikowania zagadnienia (wpływ zmian dowolnej składowej tensora naprężenia na stan mechaniczny punktu, różnorodność materiałów, itd.) powoduje, że wyłężenie i jego miara nie zostały określone w drodze analizy teoretycznej. Stan mechaniczny w punkcie i wywołane w nim wyłężenie na skutek wieloosiowego stanu naprężenia sprowadza się do hipotetycznego stanu jednoosiowego, wyłężeniowo równoważnego danemu stanowi rzeczywistemu. Za miarę wyłężenia przyjmuje się pewną kombinację naprężeń w oparciu o tzw. hipotezę wyłężeniową. U podstaw hipotezy leżą zawsze obserwacje doświadczalne, stąd wielość hipotez odpowiednich dla określonych klas materiałów i określonych zjawisk fizycznych występujących w materiale (np. kruche pęknięcie). Za miarę wyłężenia niebezpiecznego przyjmuje się pewną granicę krytyczną, jak w przypadku stanu jednoosiowego.

$$m(w) = \text{hipoteza wyłężeniowa}$$

$$m(w_{niebezp.}) = R_k$$

## 2. HIPOTEZY WYŁĘŻENIOWE

### 2.1. Podział hipotez wyłężeniowych

- \* naprężeniowe : Galileusz, Coulomb, Tresca, Guest
- \* odkształceniowe : de Saint-Venant
- \* energetyczne : Huber, Mises, Hencky, Burzyński
- \* probabilistyczne : Weibull, Murzewski

### 2.2. Hipoteza Galileusza (1632) - hip. maksymalnego naprężenia głównego

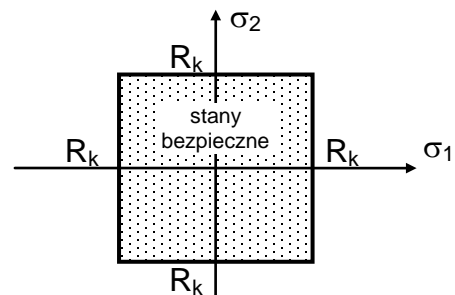
O wyłężeniu materiału w punkcie decyduje maksymalna bezwzględna wartość naprężenia głównego, niezależnie od tego czy powstała ona w wyniku obciążenia prostego czy złożonego.

$$m(w) = \max(|\sigma_1|, |\sigma_2|, |\sigma_3|)$$

$$m(w_{\text{niebezp.}}) = R_k$$

#### warunek stanów bezpiecznych

$$m(w) \leq m(w_{\text{niebezp.}})$$



### 2.3. Hipoteza Coulomba (1776) - Treski (1872) - Guesta (1900) - hip. maksymalnego naprężenia stycznego

- \* obserwacje doświadczalne : zniszczenie betonowej próbki walcowej przy ściskaniu poprzez utworzenie dwóch stożków połączonych wierzchołkami, pęknięcie rozciąganej płaskiej próbki metalowej wskutek poślizgów pod kątem 45° do kierunku obciążenia (linie Lüdersa-Czernowa)

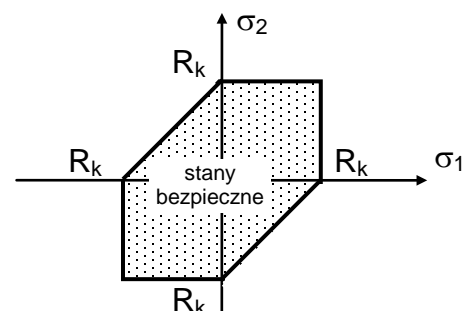
O wyłężeniu materiału w punkcie decyduje maksymalna bezwzględna wartość naprężenia stycznego, niezależnie od tego czy powstała ona w wyniku obciążenia prostego czy złożonego.

$$m(w) = \max\left(\left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\right|, \left|\frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}\right|\right)$$

$$m(w_{\text{niebezp.}}) = \frac{R_k}{2}$$

#### warunek stanów bezpiecznych

$$m(w) \leq m(w_{\text{niebezp.}})$$



### 2.4. Hipoteza Hubera-Misesa-Hencky'ego - hip. energii odksz. postaciowego

O wyłężeniu materiału w pkt. decyduje ilość zgromadzonej w nim energii odksz. postaciowego, niezależnie od tego czy powstała ona w wyniku obciążenia prostego czy złożonego.

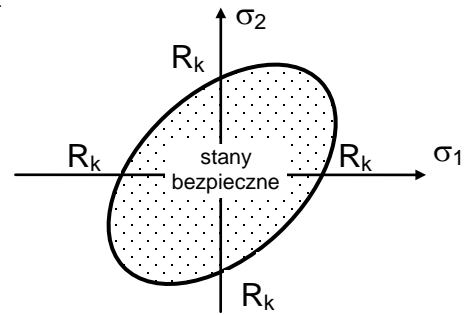
$$m(w) = \Phi_f = \frac{1+\nu}{6E} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \right]$$

$$m(w) = \Phi_f = \frac{1+\nu}{6E} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) \right]$$

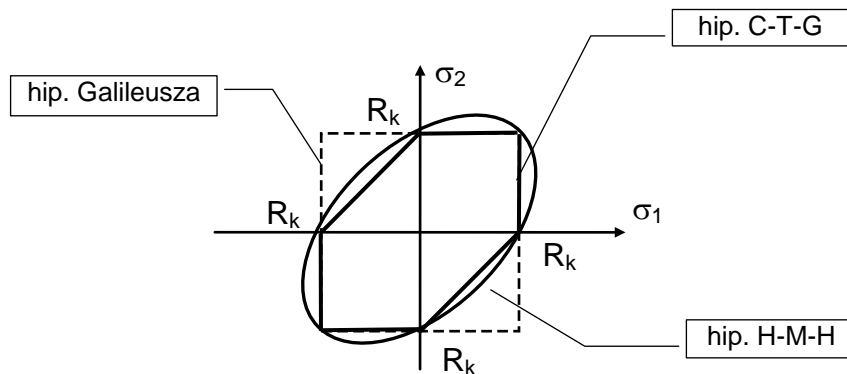
$$m(w_{niebezp.}) = \frac{1+\nu}{3E} R_k^2$$

**warunek stanów bezpiecznych**

$$m(w) \leq m(w_{niebezp.})$$



**2.5. Porównanie hipotez**



**3. NAPRĘŻENIA ZASTĘPCZE**

- \* uporządkowane naprężenia główne  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$
- \* warunek stanów bezpiecznych

$$m(w) \leq m(w_{niebezp.})$$

- \* hipoteza Galileusza
- \* hipoteza C - T - G

$$\sigma_1 \leq R_k$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq R_k$$

- \* hipoteza H - M - H

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} \leq R_k$$

lub

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)} \leq R_k$$

Powyższe nierówności odnoszą stany przestrzenne naprężenia (lewe strony) do wyężeniowo równoważnego jednoosiowego stanu naprężenia (strony prawe). Można powiedzieć, że lewe strony to „obraz naprężeniowy” stanów wieloosiowych zredukowanych do jednoosiowego - stąd określa się je mianem **naprężeń zredukowanych** lub **zastępczych**  $\sigma_o$ .

- \* hipoteza Galileusza

$$\sigma_o = \sigma_1$$

- \* hipoteza C - T - G

$$\sigma_o = \sigma_1 - \sigma_3$$

- \* hipoteza H - M - H

$$\sigma_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}$$

lub

$$\sigma_o = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)}$$

- \* hipoteza Mohra

$$\sigma_o = \sigma_1 - k \sigma_3$$

$$k = \frac{R_{kr}}{R_{kc}}$$