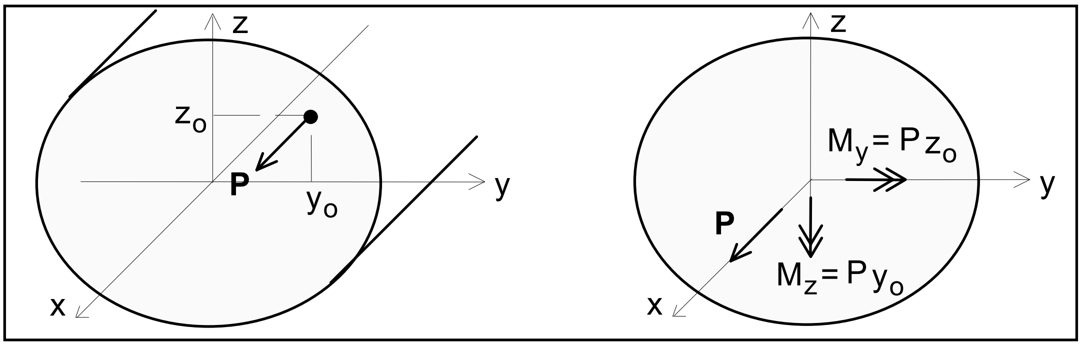
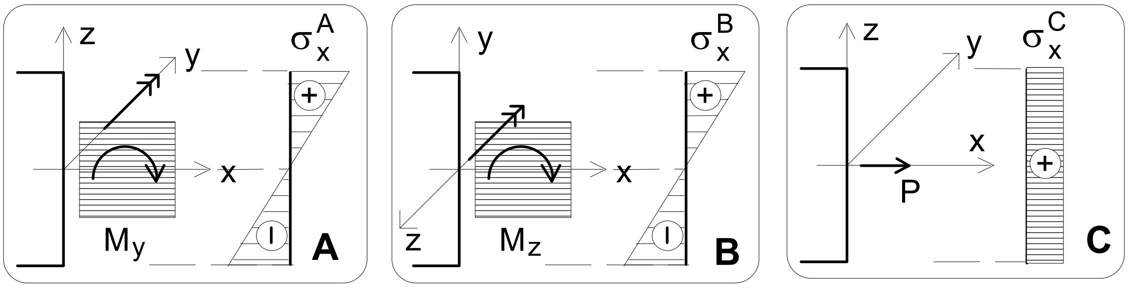
1. SFORMUŁOWANIE ZAGADNIENIA MIMOŚRODOWEGO ROZCIĄGANIA

Definicja: Mimośrodowe rozciąganie to taki przypadek wytrzymałościowy, w którym obciążenie zewnętrzne redukuje się w przekroju poprzecznym pręta do wypadkowej, prostopadłej do przekroju, zgodnie skierowanej z jego normalną zewnętrzną, ale nie leżącą na osi pręta (nie zaczepionej w środku ciężkości przekroju)



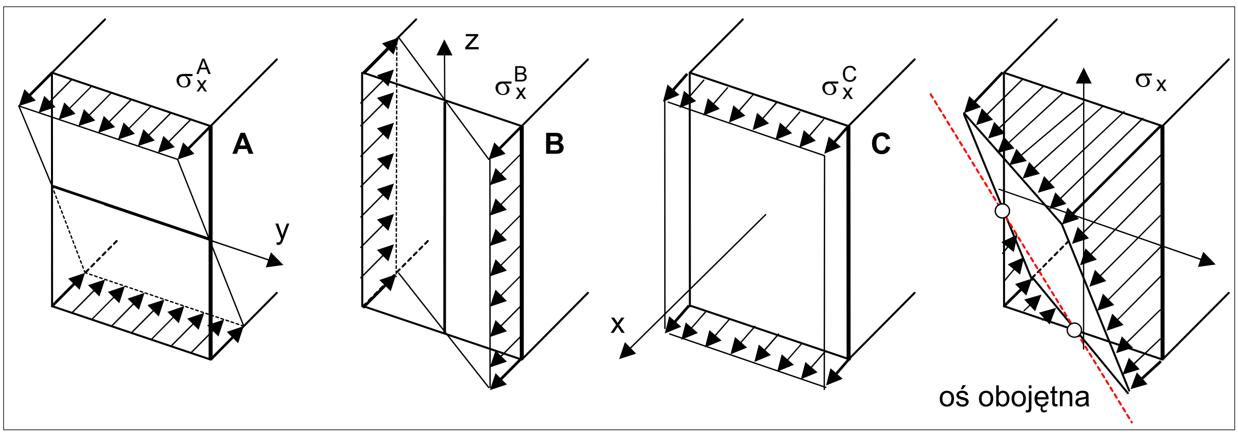
1.1. Naprężenie normalne σ_x (zastosowanie zasady superpozycji)



- przypadek A - **zginanie w płaszczyźnie (x, z)** $\sigma_x^A = \frac{M_y}{I_y} z$
- przypadek B - **zginanie w płaszczyźnie (x, y)** $\sigma_x^B = \frac{M_z}{I_z} y$
- przypadek C - **osiowe rozciąganie** $\sigma_x^C = \frac{P}{A}$

$$\boxed{\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y}$$

1.2. Bryła naprężeń



1.3. Oś obojętna

Definicja: oś obojętna to zbiór punktów, w których naprężenie σ_x osiąga wartość zerową.

$$\sigma_x = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{I_y} z + \frac{M_z}{I_z} y = 0$$

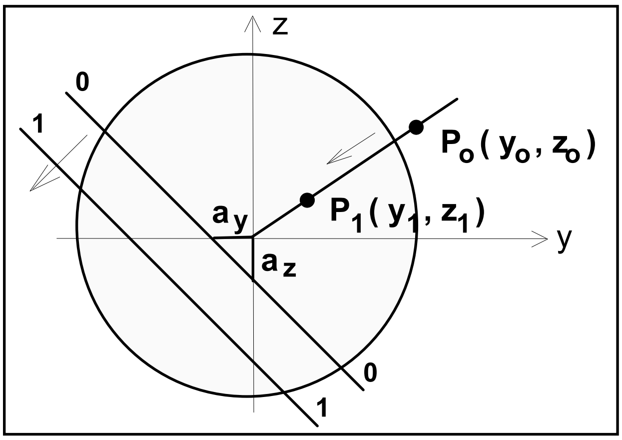
$$\frac{P}{A} = -\frac{P\, z_o}{I_y} z - \frac{P\, y_o}{I_z} y \qquad \Big| \times \frac{A}{P}$$

$$1 = \frac{z}{-\dfrac{I_y}{A\, z_o}} + \frac{y}{-\dfrac{I_z}{A\, y_o}}$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} \qquad i_z^2 = \frac{I_z}{A}$$

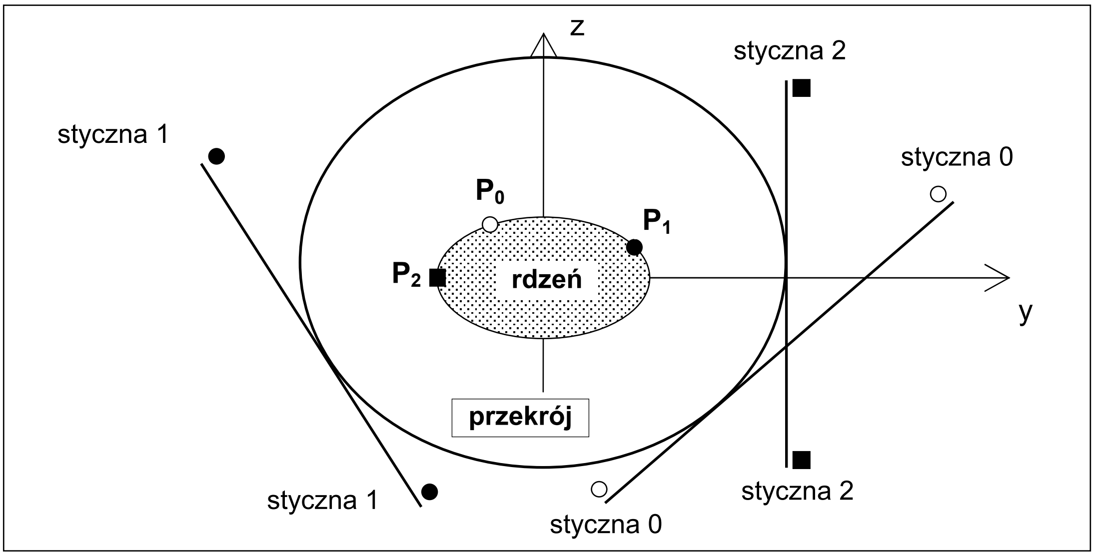
$$\boxed{\begin{gathered}\frac{y}{a_y} + \frac{z}{a_z} = 1 \\ a_y \overset{\text{def}}{=} -\frac{i_z^2}{y_o} \qquad a_z \overset{\text{def}}{=} -\frac{i_y^2}{z_o}\end{gathered}}$$

1.4. Własności osi obojętnej



- oś obojętna zawsze przechodzi przez "ćwiartkę" układu współrzędnych, przeciwną do tej, w której działa siła (y_o , $z_o > 0 \;\Rightarrow\; a_y$, $a_z < 0$)
- zbliżaniu się punktu przyłożenia siły do środka ciężkości przekroju odpowiada oddalanie się odpowiadającej mu osi obojętnej (zmniejszanie się współrzędnych punktu przyłożenia siły y_o, z_o odpowiada wzrost wartości współczynników a_y i a_z , a to z kolei oznacza oddalanie się osi obojętnej od środka ciężkości przekroju). **Musi zatem istnieć takie położenie siły P, któremu będzie odpowiadać oś obojętna o położeniu stycznym do konturu przekroju.**

1.5. Rdzeń przekroju



- ✶ Dowolnej osi obojętnej stycznej do konturu przekroju musi odpowiadać jeden punkt przyłożenia siły, któremu ta oś odpowiada (np. "styczna 1" odpowiada punktowi P_1). Kreśląc kolejne styczne uzyskuje się kolejne, odpowiadające im punkty przyłożenia sił P_i. Zbiór tych punktów tworzy kontur obszary nazywanego **rdzeniem przekroju.**

- ✶ Dowolnej osi obojętnej leżącej całkowicie poza obszarem przekroju (tzn. nie przecinającej go) musi odpowiadać punkt przyłożenia siły leżący w obszarze rdzenia.

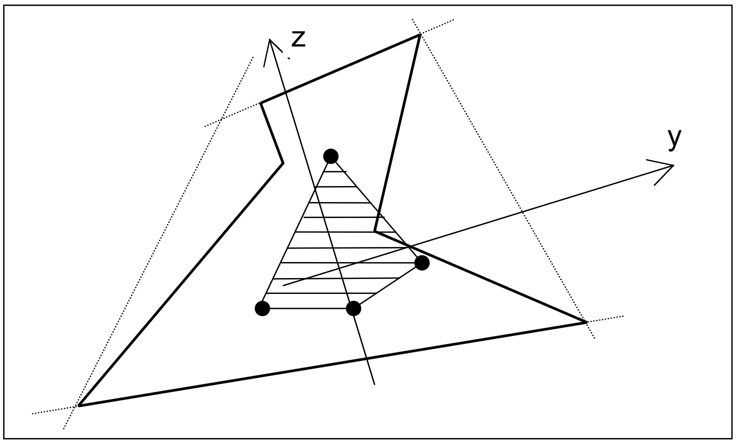
- ✶ Położenie osi obojętnej styczne do konturu przekroju lub całkowicie poza jego obszarem oznacza, że naprężenia w całym przekroju muszą być tego samego znaku (skoro na osi obojętnej wynoszą one zero, to po jednej ze stron osi muszą być dodatnie, a po drugiej ujemne).

Definicja :

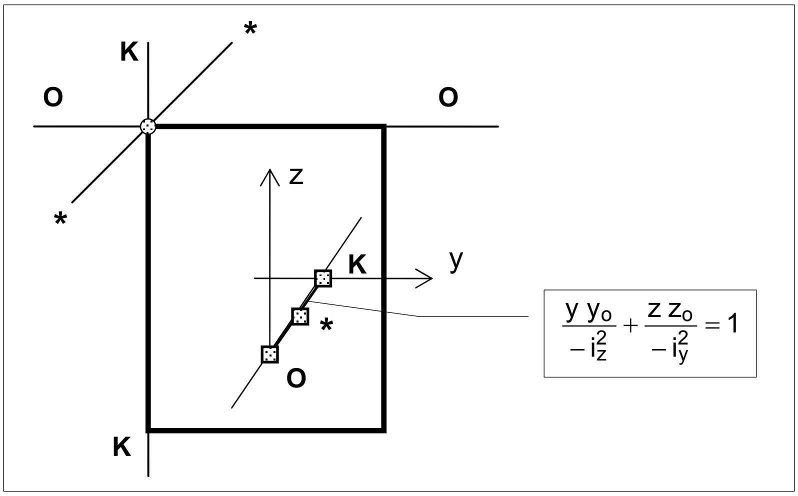
Rdzeń przekroju to miejsce geometryczne położenia punktów, w których działająca siła powoduje powstanie w przekroju naprężeń jednakowego znaku.

1.6. Własności rdzenia przekroju

- ✶ Rdzeń przekroju jest zawsze figurą wypukłą
- ✶ Rdzeń przekroju nie może wychodzić poza obrys przekroju, może natomiast wychodzić poza sam przekrój



✶ Obrotowi osi obojętnej wokół ustalonego punktu odpowiada przemieszczanie się punktu przyłożenia siły po prostej



$$\frac{y\,y_o}{-i_z^2}+\frac{z\,z_o}{-i_y^2}=1 \qquad (1)$$

y , z - współrzędne punktu na osi obojętnej

y_o , z_o - współrzędne punktu przyłożenia siły

Jeżeli y = const. oraz z = const. (ustalony jest punkt na osi, wokół którego zachodzi obrót osi) to równanie (1) ze względu na zmienne y_o i z_o jest również równaniem prostej.

1.7. Maksymalne naprężenie normalne

✶ **przekrój niebezpieczny** - przekrój poprzeczny pręta, w którym rozkład sił przekrojowych N, M_y i M_z jest najbardziej niekorzystny z punktu widzenia wielkości naprężenia normalnego

✶ **punkt niebezpieczny** - punkt przekroju niebezpiecznego, w którym naprężenie normalne jest największe; jest to zarazem punkt położony najdalej od osi obojętnej

$$\boxed{\sigma_x^{max}=\frac{N^{n-n}}{A}\pm\frac{M_y^{n-n}}{I_y}z^N\pm\frac{M_z^{n-n}}{I_z}y^N}$$

✶ **warunek wytrzymałościowy**

$$\boxed{\left|\sigma_x^{max}\right|\le R}$$