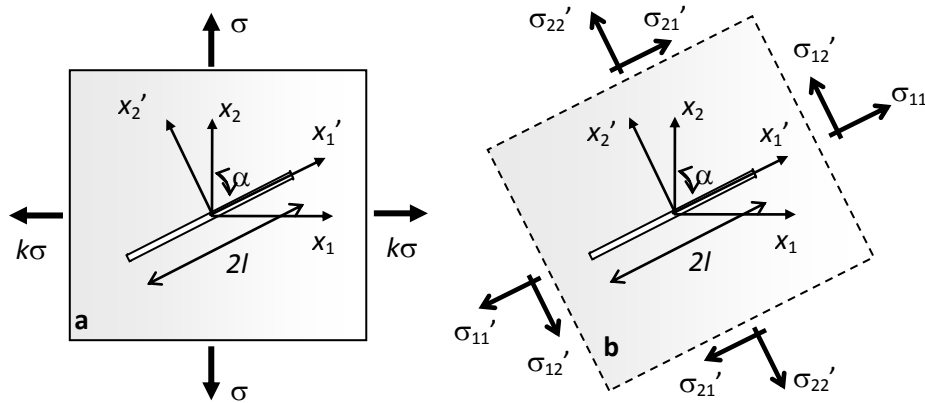


**Podstawowe informacje nt.
LINIOWA MECHANIKA PĘKANIA
Wytrzymałość materiałów II
©J. German**

PRZYKŁADY¹

Przykład 1

Przeanalizować szczelinę o długości $2l$, która tworzy kąt α z kierunkiem x_2 , znajdującą się w nieograniczonym paśmie, poddanym działaniu obciążenia σ oraz $k\sigma$ odpowiednio wzdłuż kierunku x_2 i x_1 – rys.1. Wyprowadzić wzory na WIN.



Rys. 1. Nachylona szczelina w paśmie nieograniczonym:
a) dwuosiowe obciążenie, b) transformacja naprężeń.

Rozwiązanie:

Korzystając z ogólnych wzorów transformacyjnych dla PSN w postaci:

$$\sigma'_{11} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\alpha' - \sigma_{12} \sin 2\alpha'$$

$$\sigma'_{22} = \frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2} - \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{2} \cos 2\alpha' + \sigma_{12} \sin 2\alpha'$$

$$\sigma'_{12} = \frac{\sigma_{22} - \sigma_{11}}{2} \sin 2\alpha' + \sigma_{12} \cos 2\alpha'$$

gdzie:

$$\alpha' = 90 - \alpha,$$

w wyniku transformacji naprężeń $\sigma_{11}=k\sigma$, $\sigma_{22}=\sigma$, otrzymujemy naprężenia σ'_{11} , σ'_{22} , σ'_{12} w układzie (x_1', x_2') w następującej postaci:

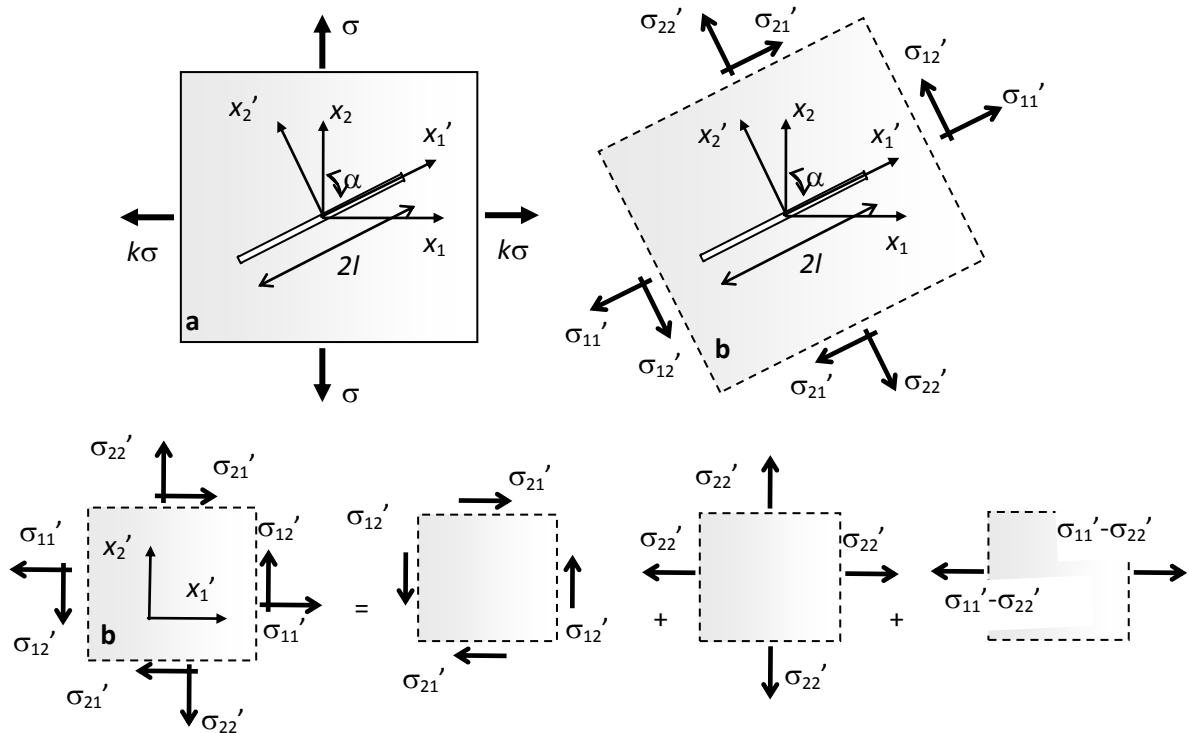
$$\sigma'_{11} = \frac{k+1}{2} \sigma - \frac{k-1}{2} \sigma \cos 2\alpha$$

$$\sigma'_{22} = \frac{k+1}{2} \sigma + \frac{k-1}{2} \sigma \cos 2\alpha \quad (P1.1))$$

$$\sigma'_{12} = -\frac{k-1}{2} \sigma \sin 2\alpha$$

¹ W przypadku odniesień do wzorów o numeracji (1.x), należy ich szukać w pliku „mp2_WIN.pdf”

Obciążenie ciała ze szczeliną, pokazane na rys. 1, można - korzystając z zasady superpozycji - zastąpić innym, równoważnym, przedstawionym na rys. 2.



Rys. 2. Zasada superpozycji dla obciążeń.

Szczelina poddana jest zatem działaniu następujących obciążeń:

- dwuosiowowemu rozciąganiu σ_{22}' - otwarcie szczeliny (**I typ**),
- jednoosiowemu rozciąganiu $(\sigma_{11}' - \sigma_{22}')$ wzdłuż osi x_1' (obciążenie nie wywołuje osobiwego pola naprężeń, ale musi być uwzględnione w ostatecznej postaci naprężenia σ_{11}^* wzdłuż osi x_1'),
- obciążeniu ścinającemu σ_{12}' - poprzeczne ścinanie szczeliny (**II typ**).

Z równań (P1.1) oraz równań (1.1) i (1.6) otrzymujemy:

$$\sigma_{11}^* = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - (k-1) \sigma \cos 2\alpha \quad (P1.2)$$

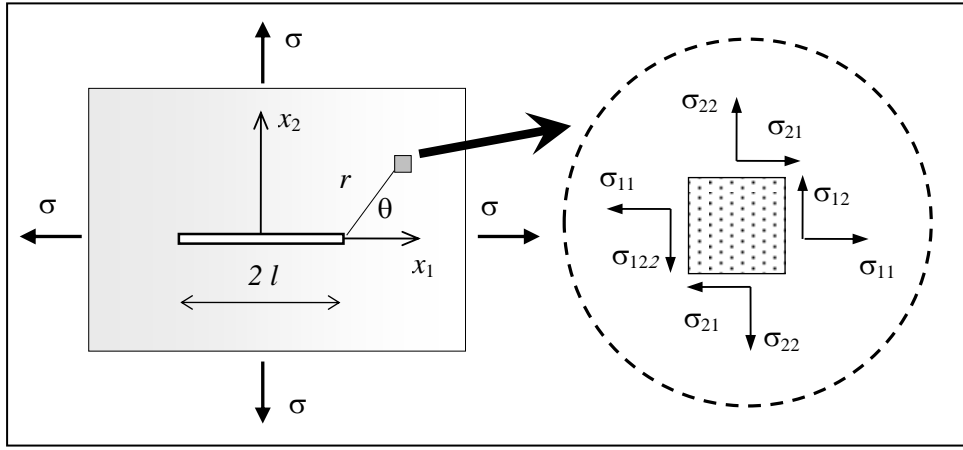
$$\sigma_{22}^* = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (P1.3)$$

$$\sigma_{12}^* = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (P1.4)$$

gdzie:

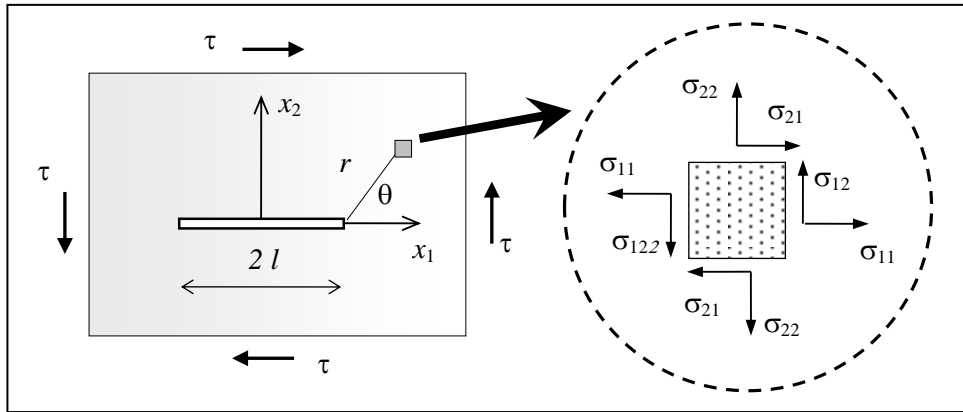
$$K_I = \frac{1}{2} [k+1 + (k-1) \cos 2\alpha] \sigma \sqrt{\pi l} \quad (P1.5)$$

$$K_{II} = -\frac{k-1}{2} \sin 2\alpha \sigma \sqrt{\pi l} \quad (P1.6)$$



Szczelina w nieograniczonym paśmie, rozciągany w nieskończoności.

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\
 \sigma_{22} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\
 \sigma_{12} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 \sigma_{33} &= \begin{cases} 0 & \text{dla PSN} \\ \nu (\sigma_{11} + \sigma_{22}) = \frac{2\nu K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} & \text{dla PSO} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1.1}$$



Szczelina II typu w paśmie nieskończonym.

Stan naprężenia w pobliżu wierzchołka szczeliny opisują związki:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{11} &= -\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\
 \sigma_{22} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
 \sigma_{12} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\
 \sigma_{33} &= \begin{cases} 0 & \text{dla PSN} \\ \nu (\sigma_{11} + \sigma_{22}) = \frac{-2\nu K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} & \text{dla PSO} \end{cases}
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

Zauważmy, że dla przypadku jednoosiowego rozciągania w kierunku osi x_2 , co jest równoważne przyjęciu $k = 0$, z zależności (P1.5) i (P1.6) otrzymujemy wzory znane dla nieskończonego pasma ze szczeliną nachyloną pod kątem α do kierunku obciążenia rozciągającego:

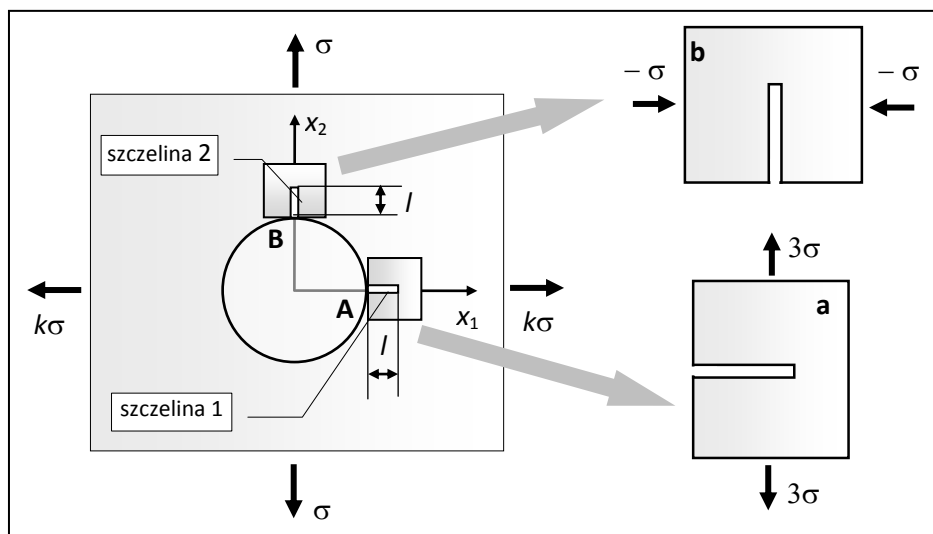
$$K_I = \frac{1}{2} [1 - \cos 2\alpha] \sigma \sqrt{\pi l} = \sigma \sqrt{\pi l} \sin^2 \alpha \quad (\text{P1.7})$$

$$K_{II} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \sigma \sqrt{\pi l} = \sigma \sqrt{\pi l} \sin \alpha \cos \alpha \quad (\text{P1.8})$$

PRZYKŁAD 2

Rozważmy krótkie pęknięcie o długości l wychodzące z brzegu otworu kołowego wzdłuż osi x_1 w płycie poddanej jednoosiowemu rozciąganiu σ wzdłuż osi x_2 (rys. 3). Określić współczynnik intensywności naprężeń. Następnie rozważyć drugie pęknięcie o długości l rozprzestrzeniające się z otworu wzdłuż osi x_2 i określić WIN. Na koniec wyznaczyć WIN dla obu szczelin, gdy płyta poddana jest dodatkowo obciążeniu $k\sigma$ wzdłuż osi x_1 .

Wykorzystać rozwiązanie Kirscha dla pasma z otworem kołowym, rozciąganego wzdłuż kierunku x_2 obciążeniem σ , z którego wynika, że naprężenia obwodowe na brzegu otworu w punktach A i B wynoszą odpowiednio 3σ i $-\sigma$ (rozwiązanie np. Timoshenko, Goodier).



Rys. 3. Krótkie szczeliny wychodzące z otworu kołowego przy dwuosiowym rozciąganiu pasma nieograniczonego.

Rozwiązanie:

Jako pierwszy przeanalizujemy przypadek jednoosiowego rozciągania płyty wzdłuż osi x_2 . Rozważmy element materialny na obwodzie otworu w pobliżu punktu A w paśmie bez szczeliny. Zakładając, że wymiary elementu są małe, można przyjąć iż na skutek koncentracji naprężeń wywołanej otworem element poddany jest działaniu stałego naprężenia rozciągającego 3σ wzdłuż osi x_2 ; pozostałe dwa naprężenia są równe - zgodnie z rozwiązaniem Kirscha - zero. Zakładając, że szczelina jest bardzo krótka, można w przybliżeniu przyjąć konfigurację szczelina-element-obciążenie taką, jak na rys. 3 a. Wykorzystując wzór (1.19) otrzymujemy dla krótkiej szczeliny bocznej "1" o długości l współczynnik intensywności naprężeń w postaci:

$$K_1^1 = 1.12 (3\sigma) \sqrt{\pi l} = 3.36 \sigma \sqrt{\pi l} \quad (\text{P2.1})$$

Analogiczne rozumowanie dla szczeliny "2" leżącej wzdłuż osi x_2 - rys. 3 b - prowadzi do współczynnika intensywności naprężeń w postaci:

$$K_1^2 = -1.12 \sigma \sqrt{\pi l} \quad (\text{P2.2})$$

Gdy płyta poddana jest dodatkowo działaniu obciążenia wzdłuż osi x_1 , którego wartość wynosi $k\sigma$, możemy dokonać superpozycji otrzymanych rezultatów. Otrzymamy wówczas:

$$\text{dla szczeliny "1"} \quad K_1^1 = 3.36 \sigma \sqrt{\pi l} - 1.12 k \sigma \sqrt{\pi l} = 1.12 (3-k) \sigma \sqrt{\pi l} \quad (\text{P2.3})$$

$$\text{dla szczeliny "2"} \quad K_1^2 = 3.36 k \sigma \sqrt{\pi l} - 1.12 \sigma \sqrt{\pi l} = 1.12 (3k-1) \sigma \sqrt{\pi l} \quad (\text{P2.4})$$

Zauważmy, że dla $k=1$ wyrażenia (P2.3) i (P2.4) upraszczają się do tej samej postaci:

$$K_1 = 2.24 \sigma \sqrt{\pi l} \quad (\text{P2.5})$$

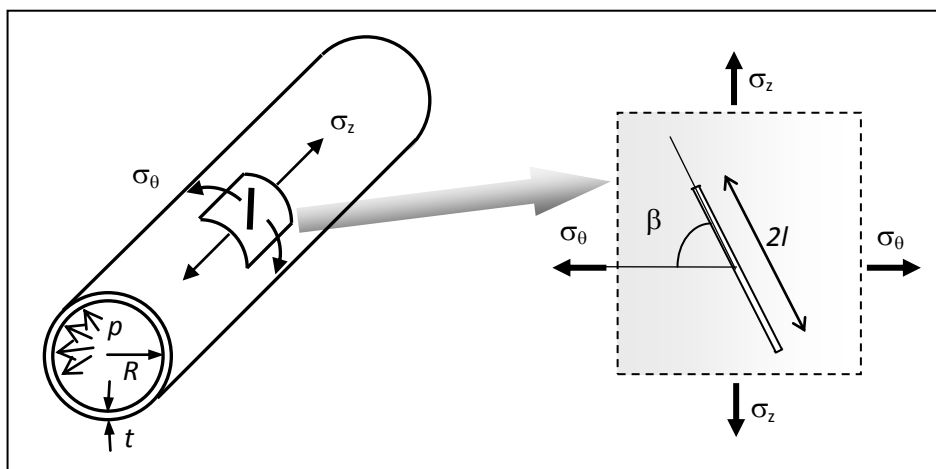
Przywołajmy w tym miejscu wzór Bowi'ego (1.15) wraz z tabelą 1. Widać, że wartość współczynnika korekcyjnego dla jednej szczeliny, wychodzącej z brzegu otworu przy jednoosiowym rozciąganiu wzdłuż osi x_2 i dla bardzo krótkiej szczeliny ($l/r=0$) wynosi 3.39. W niniejszej przybliżonej analizie otrzymaliśmy wartość bardzo zbliżoną tzn. 3.36 (rów. P2.1). Dla przypadku dwuosiowego rozciągania i $k=1$, rozwiązanie numeryczne podane tabeli 1 wynosi 2.26, zaś analiza przybliżona (rów. P2.5) daje rezultat 2.24. Tak więc uzyskane stosunkowo prosto wyniki dobrze odpowiadają результатам numerycznym.

PRZYKŁAD 3

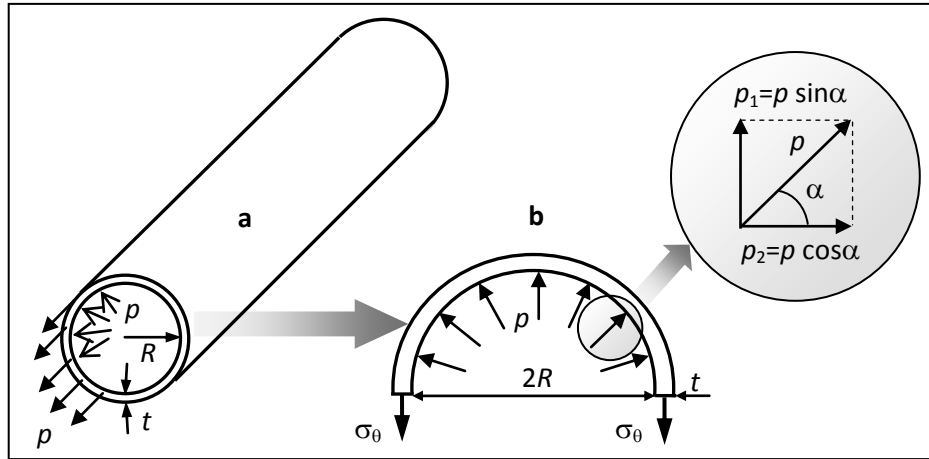
Cylindryczny zbiornik ciśnieniowy (powłoka walcowa z zamkniętymi końcami) o promieniu R i grubości t posiada skośną szczelinę o długości $2l$ zorientowaną pod kątem β do kierunku obwodowego. Określić współczynniki intensywności naprężeń w wierzchołku szczeliny przy obciążeniu zbiornika ciśnieniem wewnętrznym p - patrz rys. 4.

Rozwiązanie:

Naprężenie obwodowe σ_θ i podłużne σ_z w zbiorniku otrzymujemy z warunków równowagi sił - rys. 4, 5.



Rys. 4. Cienkościenny zbiornik ciśnieniowy ze szczeliną.



Rys. 5. Równowaga sił na kierunku: a) południkowym, b) równoleżnikowym (obwodowym) w cienkościennym zbiorniku ciśnieniowym.

Równowaga sił wzdłuż osi zbiornika (kierunek południkowy) - rys. 5 a - prowadzi do równania :

$$2 \pi R t \sigma_z = \pi R^2 p \quad \Rightarrow \quad \sigma_z = \frac{R p}{2 t} \quad (\text{P3.1})$$

W celu wyznaczenia naprężenia obwodowego skorzystajmy z rys. 5 b. Ciśnienie p działające w dowolnym punkcie wewnętrznego brzegu zbiornika -prostopadle do tego brzegu - można rozłożyć na składową poziomą p_2 i pionową p_1 . Ze względu na antysymetrię składowych poziomych - wywołana nimi siła zeruje się. Równowaga sił pionowych (rys. 5 b) prowadzi do równania:

$$\int_s p_1 ds - 2 \sigma_\theta t = 0 \quad (\text{P3.2})$$

Całka występująca w (P3.2) wynosi:

$$\int_s p_1 ds = \int_s p \sin \alpha ds = \int_0^\pi p R \sin \alpha d\alpha = 2 p R \quad (\text{P3.3})$$

Ostatecznie zatem równanie równowagi i wynikające z niego naprężenie obwodowe mają postaci:

$$2 t \sigma_\theta = 2 R p \quad \Rightarrow \quad \sigma_\theta = \frac{R p}{t} \quad (\text{P3.4})$$

Zauważmy, że wprowadzając oznaczenia:

$$\sigma = R p / t \quad k = 1/2 \quad (\text{P3.5})$$

naprężenia obwodowe i południkowe mają postaci:

$$\sigma_\theta = \sigma \quad \sigma_z = k \sigma \quad (\text{P3.6})$$

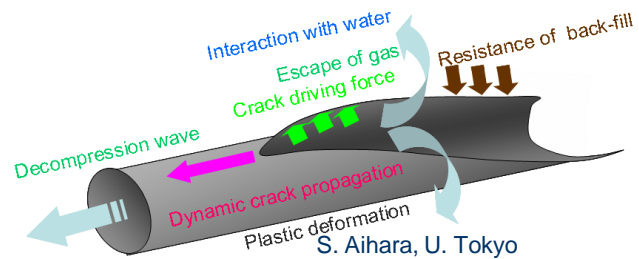
Obciążenie elementu powierzchni zbiornika zawierającego szczelinę jest zatem identyczne jak to, które analizowano w przykładzie 1 (rys. 1 a). Korzystając z uzyskanych w tym przykładzie rozwiązań (P1.5) i (P1.6), po wstawieniu do nich (P3.6) i prostych przekształceniach, otrzymujemy dla niniejszego zadania następujące postaci współczynników intensywności naprężeń:

$$K_I = \frac{R p}{2 t} (1 + \sin^2 \beta) \sqrt{\pi l} \quad K_{II} = \frac{R p}{2 t} \sin \beta \cos \beta \sqrt{\pi l} \quad (\text{P3.7})$$

DYGRESJA - Na marginesie rozwiązania tego zadania nasuwa się autorowi pewna dygresja, którą uważa za godną przedstawienia. Chcąc przybliżyć ten przykład studentom, od wielu lat posługuję się w czasie wykładów z wytrzymałości materiałów analogią cienkościennego zbiornika z zamkniętymi denkami do ... parówki. I zadaję studentom pytanie, jak gotowana parówka (a zatem „rozpychana” od wewnątrz ciśnieniem pochodzącym od pęczniejącej zawartości) pęka. Wszyscy udzielają prawidłowej odpowiedzi, że zawsze wzdłuż. I wówczas wykorzystuję wiedzę ścisłą (która wiedzie do tej samej konkluzji), aby wykazać słuchaczom, jak życie codzienne jest bliskie nauk technicznych. W wielu przypadkach – jak miałem okazję się przekonać – jest to jedyny przykład, który po wielu latach pamiętają byli studenci!

Crack arrest in pressurized gas pipelines

- Crack arrest and crack propagation are essential mechanisms to understand in order to ensure safe transport of hydrogen and CO₂
- Full scale test at Giskås
 - the world first "crack arrest" test with pressurized hydrogen
- Coupling to numerical analyses activities



Crack arrest in pressurized pipelines

- New upcoming strategic area of research
 - Simulation of crack arrest
 - Full scale crack arrest testing
- Projects:
 - Internal financed strategic project SEP (2007)
 - Full scale test projects: Cooperation with Tokyo Univeristy
 - Carbon Capture and Storage
<http://www.sintef.no/Projectweb/BIG CCS>

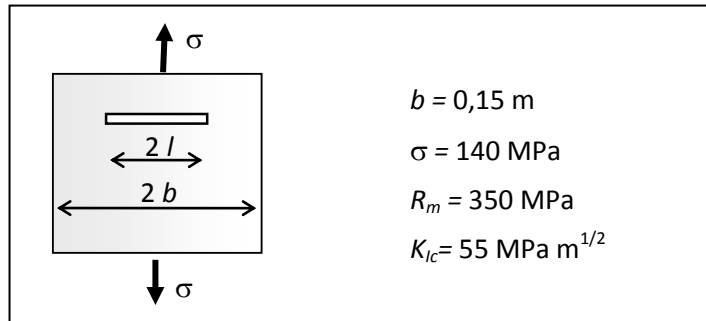


The worlds first full scale burst test of hydrogen pressurized pipeline



PRZYKŁAD 4

Obliczyć dopuszczalną długość szczeliny l umieszczonej centralnie w paśmie o szerokości 30 cm, poddanym równomiernemu rozciąganiu ciśnieniem o wartości 140 MPa. Krytyczna wartość współczynnika intensywności naprężeń wynosi $55 \text{ MPa m}^{1/2}$, wytrzymałość doraźna na rozciąganie ma wartość 350 MPa.



Rozwiązanie:

Dopuszczalną długość szczeliny wyznaczamy z warunku:

$$K_I = K_{Ic} \quad (\text{P4.1})$$

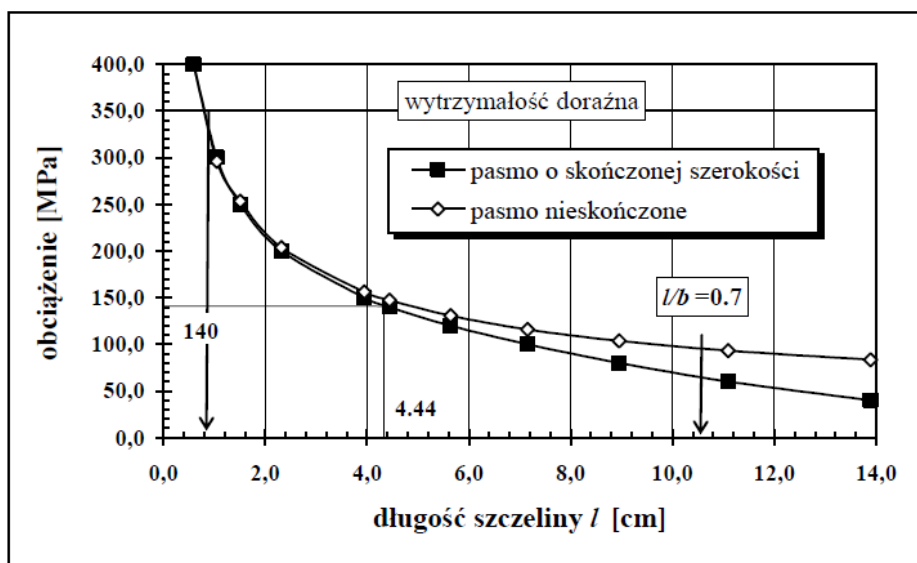
Współczynnik intensywności naprężeń dla analizowanej konfiguracji ma postać określoną przez równanie (1.17), tzn.:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1 + 0.128 (l/b) - 0.288 (l/b)^2 + 1.523 (l/b)^3 \right] \quad (\text{P4.2})$$

Rozwiązanie zadania sprowadza się zatem do znalezienia pierwiastka nieliniowego równania algebraicznego o postaci:

$$\frac{31.03}{\sigma} - \sqrt{l} (1 + 0.853 l - 12.8 l^2 + 451.26 l^3) = 0 \quad (\text{P4.3})$$

Do jego rozwiązania użyto programu *Mathcad*, przy czym obliczenia wykonano dla różnych wartości obciążenia, dzięki czemu możliwe było wyznaczenie krzywej nośności pasma - tzn. krzywej pozwalającej określić długość szczeliny dopuszczalnej przy dowolnym poziomie obciążenia, bądź alternatywnie określenie obciążenia dopuszczalnego przy danej długości szczeliny. Wyniki obliczeń przedstawiono na rys. 6.



Rys. 6. Krzywe nośności dla pasma ze szczeliną centralną.

Z wykresu widać, że czym większe obciążenie tym mniejsza jest długość dopuszczalna szczeliny. Zauważmy, że dla szczelin bardzo krótkich ($2l \cong 1.6 \text{ cm}$) obciążenie niszczące wynikające z rozwiązania zgodnego z mechaniką pęknięcia jest większe niż wytrzymałość doraźna. Oznacza to, że pasmo ulegnie zniszczeniu nie wskutek obecności szczeliny, ale w wyniku przekroczenia wytrzymałości (utrata nośności). Szczelina nie powoduje w tym wypadku zmniejszenia nośności pasma. Zwróćmy także uwagę na to, że dla szczelin o długości $2l$ przekraczającej 21 cm uzyskane rozwiązanie jest wątpliwe, gdyż wykorzystany w rozwiązaniu współczynnik intensywności naprężeń obowiązuje w zasadzie dla stosunku l/b nieprzekraczającego wartości 0.7.

Z rys. 6 możemy odczytać rozwiązanie naszego zadania. Dla obciążenia 140 MPa dopuszczalna wartość długości szczeliny wynosi $2l = 8,88 \text{ cm}$.

Na rys. 6 pokazano również krzywą wytrzymałości uzyskaną na podstawie współczynnika intensywności naprężeń dla pasma o nieograniczonych wymiarach. Równanie tej krzywej ma postać

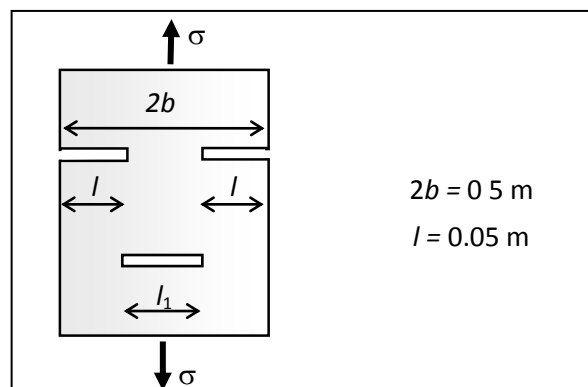
$$\sigma = K_{Ic} / \sqrt{\pi l} \quad (\text{P4.4})$$

Z porównania obu krzywych na rys. 6 widać, że w przypadku szczelin krótkich różnica między nimi jest znikomo mała. Wraz ze wzrostem długości szczeliny coraz silniejszy jest wpływ skończonej szerokości pasma, objawiający się tym, że dla ustalonej długości szczeliny wytrzymałość takiego pasma jest mniejsza niż pasma nieskończonego.

W analogiczny sposób do przedstawionego powyżej można wyznaczać krzywe nośności dla innych konfiguracji ciała ze szczeliną.

PRZYKŁAD 5

Obliczyć dopuszczalną długość centralnej szczeliny l_1 , jaką można wprowadzić do rozciąganego pasma o szerokości $2b$ osłabionego dwiema szczelinami krawędziowymi o długości l każda, nie zmniejszając nośności pasma.



Rozwiązanie:

Zadanie rozwiążemy przy założeniu, że szczelina centralna znajduje się dostatecznie daleko od szczelin krawędziowych, można więc zaniedbać interakcję szczelin.

WIN dla pasma ze szczelinami krawędziowymi opisuje równanie (1.20).

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1.12 + 0.2 \left(\frac{l}{b} \right) - 1.2 \left(\frac{l}{b} \right)^2 + 1.93 \left(\frac{l}{b} \right)^3 \right] \quad (\text{P5.1})$$

Obciążenie krytyczne wynikające z warunku $K_I = K_{Ic}$ wyraża się zależnością:

$$\sigma_{kr}^1 = 2.2379 K_{Ic} \quad (\text{P5.2})$$

Dla szczeliny centralnej współczynnik intensywności naprężeń obliczamy z równania (1.17):

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l_1} \left[1 + 0.128 \left(\frac{l_1}{b} \right) - 0.288 \left(\frac{l_1}{b} \right)^2 + 1.523 \left(\frac{l_1}{b} \right)^3 \right] \quad (\text{P5.3})$$

Obciążenie krytyczne dla takiej szczeliny wyraża się zależnością:

$$\sigma_{kr}^2 = K_{Ic} \left[\sqrt{l_1} \left(1.772 + 0.907 l_1 - 8.167 l_1^2 + 172.76 l_1^3 \right) \right]^{-1} \quad (\text{P5.4})$$

Z tematu zadania wynika, że wprowadzenie szczeliny centralnej do pasma ze szczelinami krawędziowymi nie może zmniejszać jego nośności - między obciążeniami krytycznymi dla tych dwu sytuacji musi zachodzić zatem warunek:

$$\sigma_{kr}^1 < \sigma_{kr}^2 \quad (\text{P5.5})$$

Wstawiając (P5.2) i (P5.4) do (P5.5), po wykonaniu obliczeń otrzymujemy dopuszczalną długość szczeliny centralnej

$$2l_1 < 11.88 \text{ cm} \quad (\text{P5.6})$$

Zauważmy, że długość szczeliny, jaką można wprowadzić do pasma bez zmniejszenia jego nośności jest większa nie tylko od długości pojedynczej szczeliny krawędziowej (5 cm), ale nawet od sumy długości obu szczelin krawędziowych. Świadczy to o tym, że obniżenie nośności na skutek obecności szczeliny zależy nie tylko od jej długości, ale również konfiguracji ciało-obciążenie-szczelina, wyrażonej postacią współczynnika intensywności naprężeń.

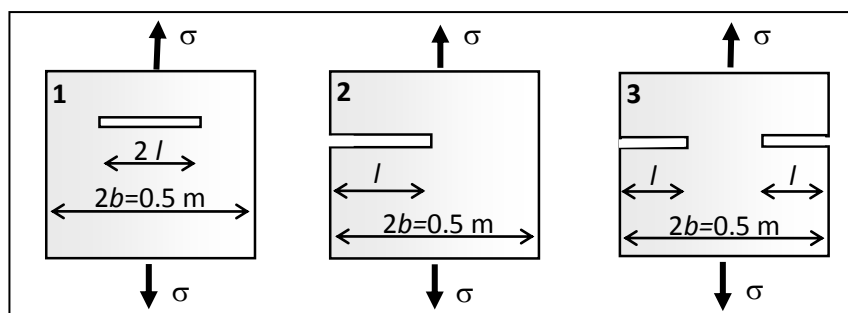
PRZYKŁAD 6

Porównać nośność rozciąganego pasma o szerokości $2b$ w trzech przypadkach:

- 1) ze szczeliną centralną $2l$,
- 2) z jedną szczeliną krawędziową l ,
- 3) z dwiema szczelinami krawędziowymi o długości l każda.

Rozwiązanie:

Współczynniki intensywności naprężeń dla rozważanych konfiguracji mają postaci:

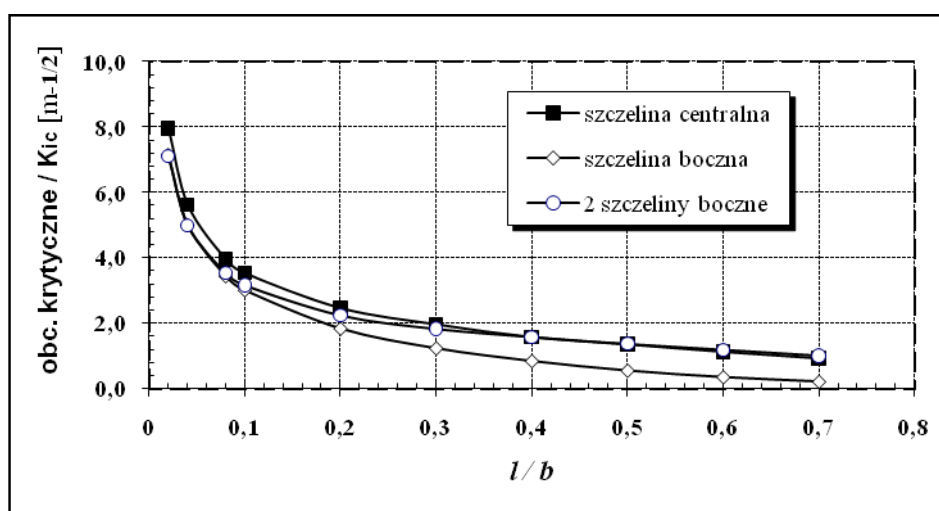


$$K_I^1 = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1 + 0.128 \left(\frac{l}{b} \right) - 0.288 \left(\frac{l}{b} \right)^2 + 1.523 \left(\frac{l}{b} \right)^3 \right] \quad (P6.1)$$

$$K_I^2 = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1.12 - 0.23 \left(\frac{l}{b} \right) + 10.55 \left(\frac{l}{b} \right)^2 - 21.72 \left(\frac{l}{b} \right)^3 + 30.39 \left(\frac{l}{b} \right)^4 \right] \quad (P6.2)$$

$$K_I^3 = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1.12 + 0.2 \left(\frac{l}{b} \right) - 1.2 \left(\frac{l}{b} \right)^2 + 1.93 \left(\frac{l}{b} \right)^3 \right] \quad (P6.3)$$

Obciążenie krytyczne σ_{kr} , a zatem i nośność, wynika z warunku $K_I = K_{Ic}$. Wyniki odpowiednich obliczeń przedstawiono na rys. 7.

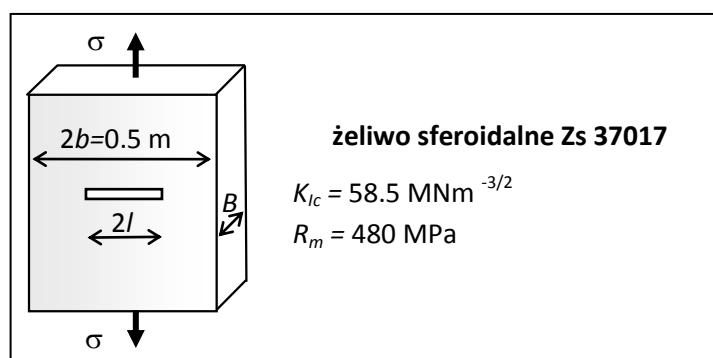


Rys. 7. Obciążenie krytyczne σ_{kr}/K_{Ic} w funkcji bezwymiarowej długości szczeliny l/b .

Z rys. 7 widać, że przy ustalonej długości szczeliny najmniejszą nośność ma zawsze pasmo z jedną szczeliną krawędziową, mimo że nominalna powierzchnia przekroju (tzn. powierzchnia całkowita pomniejszona o powierzchnię szczeliny) w płaszczyźnie szczeliny jest w tym przypadku największa. Uogólniając tę obserwację można powiedzieć, że niesymetryczne konfiguracje ciało-szczelina-obciążenie są szczególnie niebezpieczne, gdyż najbardziej obniżają nośność elementu konstrukcyjnego.

PRZYKŁAD 7

Porównać nośność rozciąganego pasma o szerokości $2b$ ze szczeliną centralną $2l$ stosując met. mechaniki pęknięcia oraz met. naprężeń nominalnych.



Rozwiązanie:

Klasyczny sposób wyznaczania nośności rozciąganego elementu osłabionego otworem czy nacięciem polega na wykorzystaniu przy obliczaniu naprężenia tzw. przekroju nominalnego. Jego powierzchnia jest równa powierzchni przekroju całkowitego pomniejszonej o powierzchnię nacięcia. Przekrój nominalny ma więc powierzchnię równą:

$$A_{\text{nom}} = A - A_{\text{szcz}} = A \left(1 - \frac{l}{b} \right) \quad (\text{P7.1})$$

gdzie: $A = 2 b B$.

Warunek równowagi sił ma postać:

$$\sigma A = \sigma_{\text{nom}} A_{\text{nom}} \quad \Rightarrow \quad \sigma_{\text{nom}} = \sigma \left(1 - \frac{l}{b} \right)^{-1} \quad (\text{P7.2})$$

Korzystając z warunku wytrzymałościowego $\sigma_{\text{nom}} < R_m$ otrzymujemy następującą zależność określającą nośność pasma:

$$\sigma_{\text{nom}}^{\text{kr}} = R_m \left(1 - \frac{l}{b} \right) \quad (\text{P7.3})$$

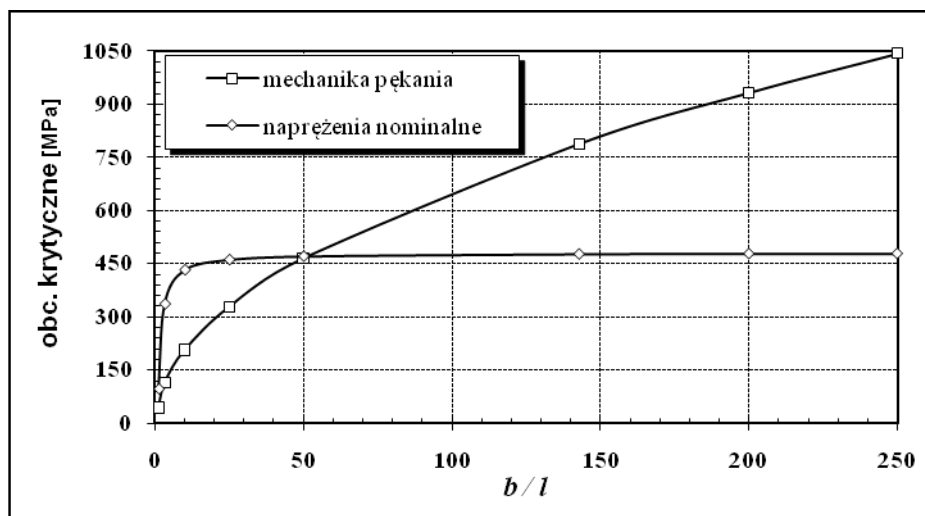
Mechanika pękania wykorzystuje kryterium zniszczenia $K_I = K_{Ic}$. Współczynnik intensywności naprężeń dla pasma ze szczeliną centralną ma postać:

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi l} \left[1 + 0.128 \left(\frac{l}{b} \right) - 0.288 \left(\frac{l}{b} \right)^2 + 1.523 \left(\frac{l}{b} \right)^3 \right] \quad (\text{P7.4})$$

Nośność opisana jest zatem następującym równaniem:

$$\sigma_{\text{szcz}}^{\text{kr}} = K_{Ic} \left\{ \sqrt{\pi l} \left[1 + 0.128 \left(\frac{l}{b} \right) - 0.288 \left(\frac{l}{b} \right)^2 + 1.523 \left(\frac{l}{b} \right)^3 \right] \right\}^{-1} \quad (\text{P7.5})$$

Krzywe nośności (P7.3) i (P7.5) przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8. Nośność rozciąganego pasma ze szczeliną centralną.

Widać, że o nośności elementu może decydować zarówno kryterium naprężeń nominalnych, jak i kryterium mechaniki pęknięcia - zależnie od stosunku długości szczeliny i szerokości pasma. W analizowanym zadaniu taką wartością graniczną tego stosunku jest $l/b \approx 0.02$. Oznacza to, że dla szczelin o długości całkowitej $2l$ mniejszej od ok. 1 cm odpowiednie jest kryterium naprężeń nominalnych (daje ono mniejszą nośność elementu), a dla szczelin dłuższych od 1 cm należy posługiwać się metodami mechaniki pęknięcia.